14 Декабря 2012

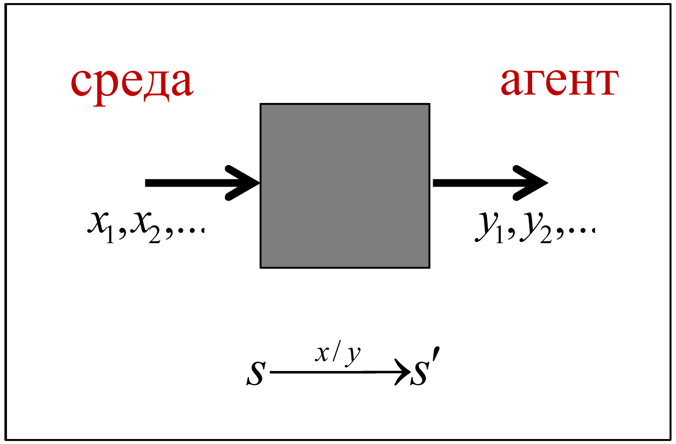
Инсерционное моделирование 1

Лекция 15

Обзорная лекция

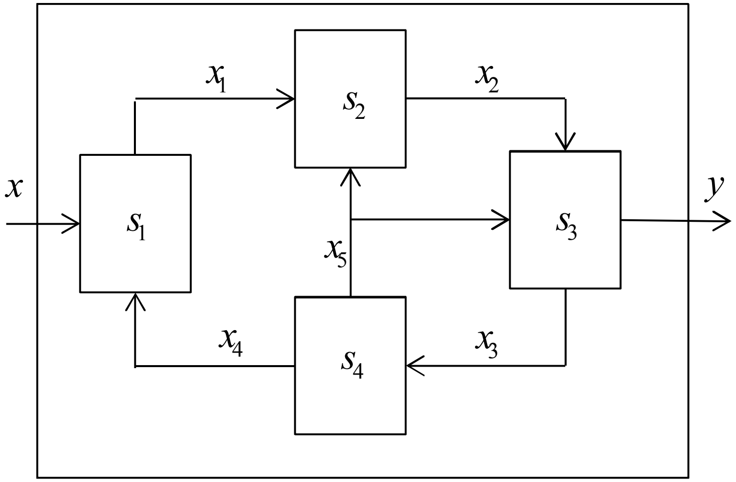
Лекция 1

Автомат



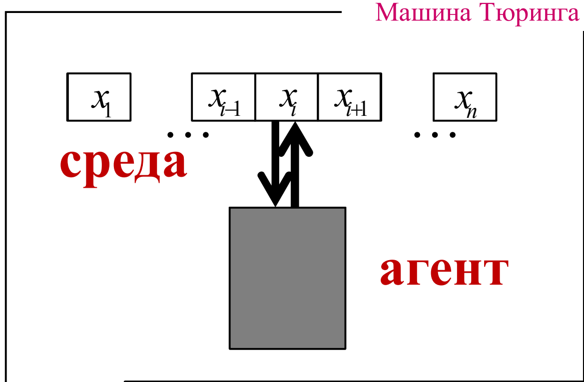
$$s \xrightarrow{x/y} s'$$

Сети из автоматов



$$(x_1, x_2, \ldots)[s_1, s_2, s_3, s_4] \xrightarrow{(x/y)} (x_1', x_2', \ldots)[s_1', s_2', s_3', s_4']$$

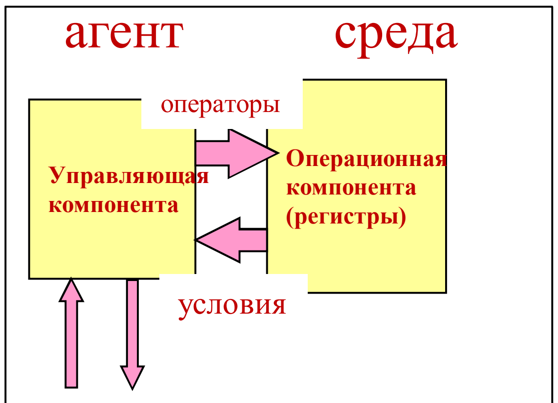
Машина Тюринга



$$s \xrightarrow{x_i/(y, right)} s' \Rightarrow$$

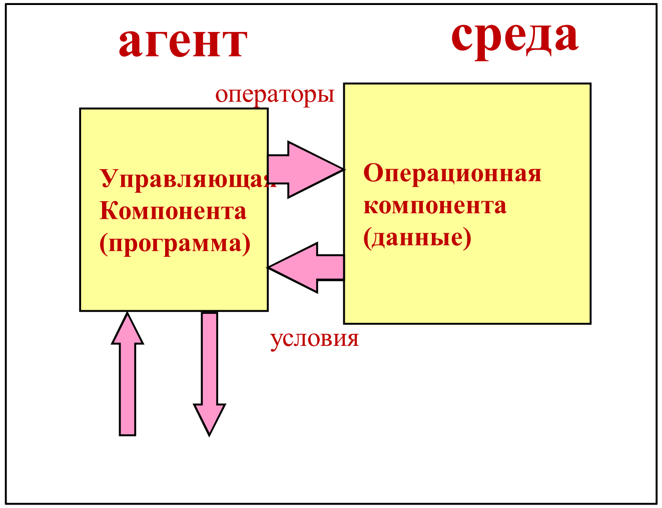
$$(p, x_i, x_{i+1}q)[s] \xrightarrow{(y, right)} (py, x_{i+1}, q)[s']$$

Модель компьютера

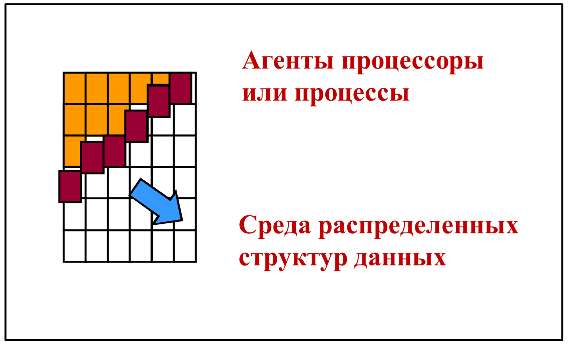


$$x_i' = F(x_{i+i_1}, x_{i+i_2}, \ldots, y), a \le i_j \le b, i \in [A, B]$$

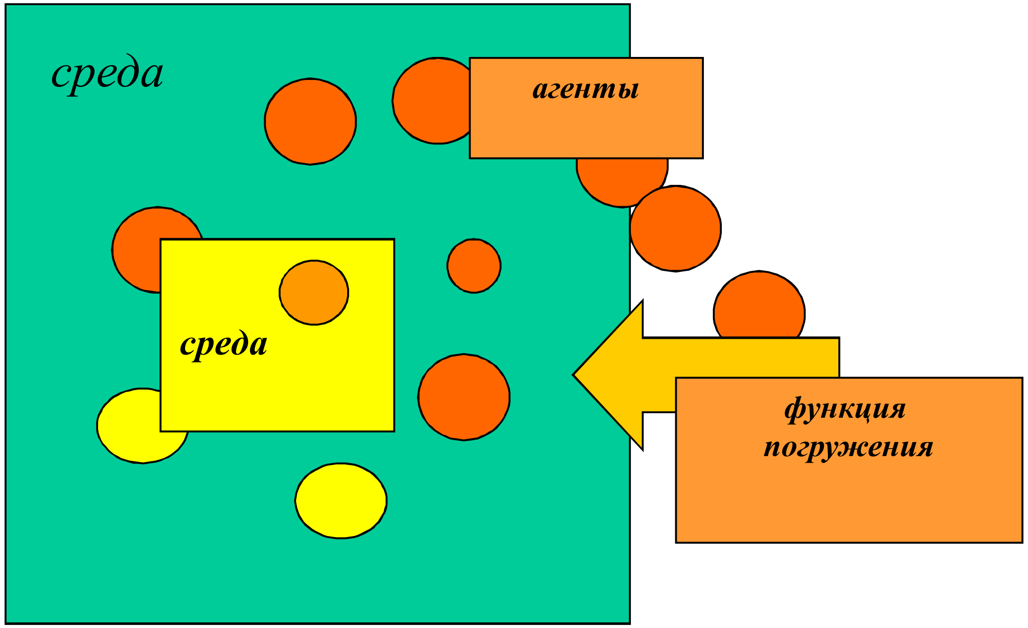
Модель программы



Макроконвейерные вычисления



Взаимодействие агентов и сред (общая теория взаимодействия)



Среда активная и может управлять агентами

Лекция 2

Виды транзиционных систем

$$< S, T >,\ T \subseteq S^2$$
$$s \to s'$$

$$< S, A, T >,\ \ T \subseteq S \times A \times S$$
$$s \xrightarrow{a} s'$$

$$< S, A, T >, T \subseteq S \times A \times S \cup S^2$$

$s \xrightarrow{a} s'$ **наблюдаемые переходы**

$s \to s'$ **скрытые переходы**

$$< S, A, U, T, \varphi >, \varphi : S \to U$$

$$S_0, S_\Delta, S_\perp \subseteq S$$

Трассовая эквивалентность

История: $s_1 \xrightarrow{a_1} s_2 \xrightarrow{a_2} \ldots \xrightarrow{a_n} \ldots$

Трасса: $a_1 a_2 .. a_n \ldots$

Трасса для атрибутной системы:

$$\varphi(s_1) \xrightarrow{a_1} \varphi(s_2) \xrightarrow{a_2} \ldots \xrightarrow{a_n} \ldots$$

$L(s)$ **трассы из** s

$$\boxed{s \sim_T t \Leftrightarrow L(s) = L(t)}$$

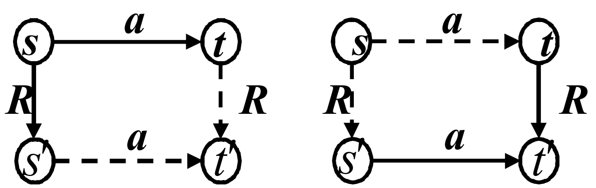
$L_\Delta^0(S)$ **трассы из** S_0 **в** S_Δ

$$\boxed{S \sim_T S' \Leftrightarrow L(S_\Delta^0) = L((S')_\Delta^0)}$$

Лекция 3

Отношение бисимуляции (bisimulation): $R \subseteq S^2$

1. $(s,s') \in R \Rightarrow (s \in S_\Delta \Leftrightarrow s' \in S_\Delta, s \in S_\perp \Leftrightarrow s' \in S_\perp)$
2. $(s,s') \in R \wedge s \xrightarrow{a} t \Rightarrow \exists t'((t,t') \in R \wedge s' \xrightarrow{a} t')$
3. $(s,s') \in R \wedge s' \xrightarrow{a} t' \Rightarrow \exists t((t,t') \in R \wedge s \xrightarrow{a} t)$



Бисимуляционная эквивалентность состояний
Бисимуляционная эквивалентность систем

$$S \sim_B S' \Leftrightarrow$$
$$\forall (s \in S) \exists (s' \in S')(s \sim_B s') \wedge$$
$$\forall (s' \in S') \exists (s \in S)(s' \sim_B s)$$

Алгебра поведений (процессов)

- *Два сорта:* ***<U, A>***
  - ***U*** *– поведения*
  - ***A*** *– действия*
- *Сигнатура:*
  - *префиксинг*
  - *недетерминированный выбор*
  - *константы* Δ, 0, $\perp$
  - *отношение аппроксимации* $u \sqsubseteq v$,
  - *Монотонность и непрерывность*

Полная алгебра поведений *F(A)*

Лекция 4

Поведение транзиционных систем

$$\boxed{u_s = \sum_{s \xrightarrow{a} t} a.u_t + \varepsilon_s}$$

$$s \notin S_\Delta \cup S_\perp \Rightarrow \varepsilon_s = 0$$

$$s \in S_\Delta \setminus S_\perp \Rightarrow \varepsilon_s = \Delta$$

$$s \in S_\perp \setminus S_\Delta \Rightarrow \varepsilon_s = \perp$$

$$s \in S_\Delta \cap S_\perp \Rightarrow \varepsilon_s = \Delta + \perp$$

Решение уравнений

$$x_i = \bigsqcup_{n=0}^{\infty} x_i^{(n)}, \qquad (2)$$

$$x_i^{(0)} = \perp,$$

$$x_i^{(n+1)} = f_i(x_1^{(n)}, x_2^{(n)}, \ldots, x_m^{(n)})$$

$$x_i^{(n)} \sqsubseteq x_i^{(n+1)}$$

Основная теорема о бисимуляционной эквивалетности

$$s \sim_B s' \Leftrightarrow \mathrm{beh}(s) = \mathrm{beh}(s')$$

Транзиционная система определяемая поведением

$$a.u + v \xrightarrow{a} u$$

$$U_\Delta = \{u \mid u = u + \Delta\}$$

$$U_\perp = \{u \mid u = u + \perp\}$$

Нормальная форма

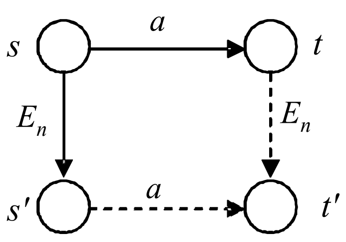
$$\boxed{u = (\sum_{i \in I} a_i.u_i) + \varepsilon_u}$$

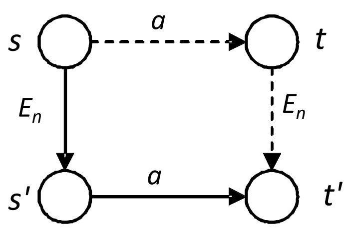
Распознавание бисимуляционной эквивалентности

1. $s \underset{0}{\sim} s' \Leftrightarrow (s \in S_{\xi} \Leftrightarrow s' \in S_{\xi}) \wedge I(s) = I(s'), \xi = \Delta, \perp$

$$I(s) = \{a \in A \mid \exists s'(s \xrightarrow{a} s')\}$$

2. $s \underset{n+1}{\sim} s' \Leftrightarrow s \underset{n}{\sim} s'$ *и выполняются два условия бисимуляции:*





Лекция 5

Последовательная композиция

$$\frac{u \xrightarrow{a} u'}{uv \xrightarrow{a} u'v}$$

$$(u+\Delta)v = uv + \Delta$$

$$(u+\perp)v = uv + \perp$$

$$0u = 0$$

Явное определение последовательной композиции

$$uv = \sum_{u \xrightarrow{a} u'} a.(u'v) + \sum_{u=u+\varepsilon} \varepsilon v$$

$$0v = 0, \Delta v = v, \perp v = \perp$$

$$a = a.\Delta = (a;\Delta) = a\Delta$$

Параллельная композиция

$$\frac{u \xrightarrow{a} u', v \xrightarrow{b} v', a \times b \neq \varnothing}{u \parallel v \xrightarrow{a\times b} u' \parallel v'}$$

$$\frac{u \xrightarrow{a} u', v \xrightarrow{b} v'}{u \parallel v \xrightarrow{a} u' \parallel v, u \parallel v \xrightarrow{b} u \parallel v', u \parallel (v+\Delta) \xrightarrow{a} u', (u+\Delta) \parallel v \xrightarrow{b} v'}$$

$$(u+\Delta) \parallel (v+\Delta) = (u+\Delta) \parallel (v+\Delta) + \Delta$$

$$(u+\perp) \parallel v = (u+\perp) \parallel v + \perp$$

$$u \parallel (v+\perp) = u \parallel (v+\perp) + \perp$$

Явное определение

$$u \parallel v = \sum_{\substack{u \xrightarrow{a} u' \\ v \xrightarrow{b} v'}} (a \times b).(u' \parallel v') + \sum_{u \xrightarrow{a} u'} a.(u' \parallel v) + \sum_{v \xrightarrow{b} v'} b.(u \parallel v') + (\varepsilon_u \parallel \varepsilon_v)$$

$$\varepsilon \parallel \varepsilon' = \varepsilon' \parallel \varepsilon$$

$$\varepsilon \parallel \Delta = \varepsilon$$

$$\varepsilon \parallel \perp = \perp$$

$$0 \parallel \Delta = 0 \parallel 0 = 0$$

Лекция 6

Среда и функция погружения

$$< E, C, A, \mathrm{Ins} > \qquad \mathrm{Ins}: E \times F(A) \to E$$

$$E \subseteq F(C) \qquad \mathrm{Ins}(e,u) = e[u] = e[u]_E$$

Одношаговые (one-step) погружения

$$\frac{e \xrightarrow{a} e',\ u \xrightarrow{b} u'}{e[u] \xrightarrow{c} e'[u,]},\ P(a,b,c)$$

Эквивалентность относительно среды

$$u \sim_E v \Leftrightarrow [u]_E = [v]_E \Leftrightarrow \forall (e \in E)(e[u] = e[v])$$

Префиксные (Head) погружения

$$\frac{e \xrightarrow{a} e',u \xrightarrow{b} u'}{e[u] \xrightarrow{c} e'[u,]},P(e,a,b,c)$$

Параллельное и последовательное

$$e[u,v] = e[u \parallel v], \quad [u] * [v] = [u \parallel v]$$

$$e[u,v] = e[uv], \quad [u] * [v] = [uv]$$

Прогнозирующие (Look-ahead) погружения

$$\frac{e \xrightarrow{a} e',u \xrightarrow{b} u'}{e[u] \xrightarrow{c} e'[u,]},P(e,u,a,b,c)$$

Инсерционная машина – среда моделирования

Описание системы

- функция погружения
- система функциональных определений
- начальное состояние

Входной язык – состояние системы

<AL>::= <terminal> | <action> | <action>.<AL> |
<AL> + <AL> | <functional expression> |
<env state>[<list of AL>]

<terminal>::=Delta | bot | 0

Интерпретатор
Анфолдер
Интерактор
Машины реального времени
Аналитические машины

Атрибутные среды

Логическая база (словарь, сигнатура)

Система типов с областями значений (int, real, …)

Набор типизированных функциональных символов и предикатов

Предикат – функциональный символ типа $(\xi_1, \xi_2, ..., \xi_m) \to \mathrm{Bool}, m \geq 0$

Интерпретированные функциональные символы (+, *, …)

Интерпретированный символ арности 0 – **константа**

Атрибуты – неинтерпретированные функциональные символы

Атрибут арности 0 – **простой атрибут**, арности > 0 – **функциональный**.

Базовый логический язык – типизированный (многосортный) язык первого порядка

Может быть расширен модальностями темпоральной или нечеткой логики

Атрибутные выражения: $f(t_1, t_2, ..., t_m), m \geq 0$

Формулы: атрибутные выражения → термы → литералы →

пропозициональные связки, кванторы, ограниченные кванторы.

Конкретные атрибутные среды

Неразложимое состояние конкретной среды – частичное отображение $s \subseteq A \to D$ множества A константных атрибутных выражений в множество их значений D сохраняющее типы.

Действия –условия и присваивания.

Символьные атрибутные среды

Неразложимое состояние символьной среды – формула базового языка.

Действия – преобразователи формул (predicate transformers)

Лекция 8 **Система инсерционного моделирования (IMS)**

Функциональные определения

$$\alpha(x_1, x_2, \ldots) \to F(x_1, x_2, \ldots) = F'(x_1, x_2, \ldots)$$

Функция погружения

$$\alpha(x) \to E(x)[u_1(x), u_2(x), \ldots] = F(E(x), u_1(x), u_2(x), \ldots)$$

Лекция 9 **Графические модели**

MSC диаграммы

Действия

Сообщения: **out** x(i,j), **in** x(i,j)

Локальные действия: **action** x(i)

Инстанции: **inst**(i), **create**(i,j), **stop**(i)

Управление: **cond** z(i,J), **ref** z(i,J)

Функции: $(P;Q)$, $(P\,|\,|Q)$, …

Слабая последовательная композиция MSC-агентов

$$s[P,Q]=(s[P])[Q]=s[P*Q]$$

$$P=p_1\parallel\ldots\parallel p_m\parallel q_1\parallel\ldots\parallel q_k$$
$$Q=r_1\parallel\ldots\parallel r_l\parallel q'_1\parallel\ldots\parallel q'_k$$
$$P*Q=p_1\parallel\ldots\parallel p_m\parallel(q_1;q'_1)\parallel\ldots\parallel(q_k;q'_k)\parallel r_1\parallel\ldots\parallel r_l$$

Лекция 10 **MSC машина**

$$\frac{e \xrightarrow{a} e'[v],\, u \xrightarrow{a} u'}{e[u] \xrightarrow{a} e'[v \,\|\, u']},\, P(e,a)$$

$$\frac{e \xrightarrow{a} e'[v],\, u \xrightarrow{a} u'}{e[u] \xrightarrow{a} e'[v \,\|\, u']},\, P(e,a)$$

a=**ref** z(i, J), все инстанции из J не заблокированны
v=val(z)

Система верификации требований VRS

Basic Protocol Specification Language

Спецификация системы с помощью совокупности локальных свойств (Базовых Протоколов) взаимодействия агентов, погруженных в среду, где они функционируют.

$$\forall x(\alpha(x,r) \to \{P(x,r)\}\beta(x,r))$$

Состояние среды определяется наборами значений атрибутов или их свойствами.

Атрибуты: простые и функциональные

Атрибуты среды и атрибуты агентов

Типы атрибутов:

простые: int, real, Bool, symb, behavior, …

функциональные: $(\tau_1, \tau_2, \ldots) \to \tau$

ограничения на области определения функциональных атрибутов (массивы)

Типы агентов: определяются наборами атрибутов и действий

Лекция 12 **Язык базовых протоколов**

Описание среды

Типы:
Типы данных:

простые: int, real, Bool, enumerated (имена, значения), symbolic (свободные термы), agent behaviors (уравнения в алгебре поведений)

списки: list (m) of τ (simple)

функциональные: $(\tau_1, \tau_2, \ldots) \to \tau$

массивы (рассматриваются как функциональные типы с ограничениями)

Типы агентов:

Определяется набором имен и типизированных атрибутов

Атрибуты среды и атрибуты агентов рассматриваются как неинтерпретированные функциональные символы.

Атрибутные выражения:

атрибуты среды (с параметрами) или выражения вида

<тип агента> < имя>.<атрибут>[(<параметры>)]

Initial states: задаются формулами или конкретными значениями атрибутов, а также состояниями агентов, погруженных в среду.

Базовые протоколы

Алгебраическое представление: Forall $x(\alpha(x) \to < P(x) > \beta(x))$

Предусловия: Формула 1-го порядка с литералами:

Предположения о состояниях (вида reader(m, release.s))

Линейные неравенства над числовыми данными

Равенства и отрицания равенств для символьных

Булевские атрибутные выражения

Булевские атрибуты рассматриваются как неинтерпретированные предикатные символы.

Выражения:

Атрибутные выражения, арифметические операции, конструкторы для символьных, функции доступа для списков get from

Постусловия:

Формула 1-го порядка, как в предусловии

Присваивания x:=y, рассматриваемые как утверждения вида Next x=y

Операторы обновления списков add to.

Лекция 13 **Проблема выполнимости**

DPLL: Davis-Putnam-Logemann-Loveland

$$f(x_1, x_2, \ldots) = x_1 \wedge f(1, x_2, \ldots) \vee \overline{x_1} \wedge f(0, x_2, \ldots)$$

Алгоритм Фурье-Моцкина
Дано: замкнутая формула с линейными неравенствами
Определить: будет ли формула истинной
Метод: элиминация кванторов
Элиминация кванторов позволяет **решать системы неравенств.**

$\exists x P(x, y_1, y_2, \ldots)$

$\exists x(P \vee Q) \Leftrightarrow \exists x P \vee \exists x Q$

$\forall x P(x) \Leftrightarrow \neg \exists x \neg P(x)$

$s \leq t \Leftrightarrow s < t \vee s = t$

$s > t \Leftrightarrow t < s$

$\exists x((x = f(y)) \wedge P(x, y)) \Leftrightarrow P(f(y), y)$

$\exists x((s_1, s_2, \ldots) < x \wedge x < (t_1, t_2, \ldots)) \Leftrightarrow (s_1, s_2, \ldots) < (t_1, t_2, \ldots)$

$(s_1, s_2, \ldots) < (t_1, t_2, \ldots) \Leftrightarrow$
$s_1 < t_1 \wedge s_2 < t_2 \wedge \ldots \wedge$
$s_2 < t_1 \wedge s_2 < t_2 \wedge \ldots \wedge$
$\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$

Выполнимость бесканторных формул
в теории свободных термов

Выполнимость формул VRS

Простые атрибуты: навешивание кванторов существования
Функциональные атрибуты:
Метод Аккермана-Шостака

Элиминация суперпозиций:

$$P(f(g(x),\ldots)) \Leftrightarrow \exists y(y = g(x) \wedge P(f(y,\ldots)))$$

замена $f(x_i)$ на y_i
с добавлением формул $(x_i = x_j) \to (y_i = y_j)$
и ограничений для индексов массивов

$$P(f(x_1), f(x_2),\ldots) \Leftrightarrow$$

$$\exists(y_1, y_2,\ldots)((\bigwedge((x_i = x_j) \to (y_i = y_j)) \wedge Q(x) \wedge P(y_1, y_2,\ldots))$$

x_i вектора, $Q(x)$ – ограничения на индексы

Задачник

Лекция 1 Введение

1. Написать правила переходов для головки машины Тюринга
2. Написать уравнения для сети из автоматов на слайде 6.

Лекция 2 Транзиционные системы

Лекция 3 Бисимуляционная эквивалентность

3. Построить диаграмму переходов конкретизированной системы при условии, что $y = 25,50$
4. Написать правила переходов системы с явным изменением d, при условии, что $0 \le d \le 50$

Лекция 4 Поведение транзиционных систем

5. Доказать основную теорему для конечного ветвления:
Если система имеет конечное ветвление, то пересечение всех E_n есть бисимуляционная эквивалентность.
6. Найти отношение эквивалентности для диаграммы на слайде 15.
7. Построить транзиционную систему и найти отношение эквивалентности для задачи «волк, коза и капуста».

Лекция 5 Обогащенная алгебра поведений

8. Доказать тождества:

$$\Delta u = u\Delta = u, \perp u = \perp, (uv)w = u(vw), (u+v)w = uw + vw$$

9. Доказать ассоциативность и коммутативность параллельной композиции:

$$(u \parallel v) \parallel w = u \parallel (v \parallel w), u \parallel v = v \parallel u$$

Лекция 8 IMS

10. Построить нормальные формы всех состояний для всех примеров

11.Построить модель кофейного автомата

Лекция 13 Решить уравнения

12((a,b,y),(b,(v,a),(x,z),a),(a,b)) = ((a,u),(b,((a,y,z),a),(x,y,z),z),x)

13. ((a,y,u),(v,z,(x,z),(a,u))) = (z,(u,(a,(a,x,x),v),((a,v),z),x))