

05 Октября 2011

Инсерционное моделирование 1

Лекция 5

Обогащенная алгебра поведений

Обогащенная алгебра поведений

Последовательная и параллельная композиции

$a.u$ $u+v$

$(u;v)$ $(u \mid |v)$

Последовательная композиция поведений

$$\frac{u \xrightarrow{a} u'}{(u; v) \xrightarrow{a} (u'; v)}$$

$$((u + \Delta); v) = (u; v) + v$$

$$((u + \perp); v) = (u; v) + \perp$$

$$(0; u) = 0$$

Обозначение
 $(u; v) = uv$

$$\frac{u \xrightarrow{a} u'}{uv \xrightarrow{a} u'v}$$

$$(u + \Delta)v = uv + \Delta$$

$$(u + \perp)v = uv + \perp$$

$$0u = 0$$

$$F(A) \subseteq S, (u, v \in S) \Rightarrow uv \in S$$

$$u \in S_\varepsilon \Leftrightarrow u = u' + \varepsilon, (\varepsilon = \Delta, \perp)$$

Упражнение: Доказать тождества:

$$\Delta u = u\Delta = u$$

$$\perp u = \perp$$

$$(uv)w = u(vw)$$

$$(u + v)w = uw + vw$$

Подсказка: определить отношение бисимуляции на множестве состояний системы S

$$\frac{u \xrightarrow{a} u'}{uv \xrightarrow{a} u'v}$$

$$(u + \Delta)v = uv + v$$

$$(u + \perp)v = uv + \perp$$

$$0u = 0$$

- B1. $(s, s') \in R \Rightarrow (s \in S_{\Delta} \Leftrightarrow s' \in S_{\Delta}, s \in S_{\perp} \Leftrightarrow s' \in S_{\perp})$
 B2. $(s, s') \in R \wedge s \xrightarrow{a} t \Rightarrow \exists t'((t, t') \in R \wedge s' \xrightarrow{a} t')$
 B3. $(s, s') \in R \wedge s' \xrightarrow{a} t' \Rightarrow \exists t((t, t') \in R \wedge s \xrightarrow{a} t)$

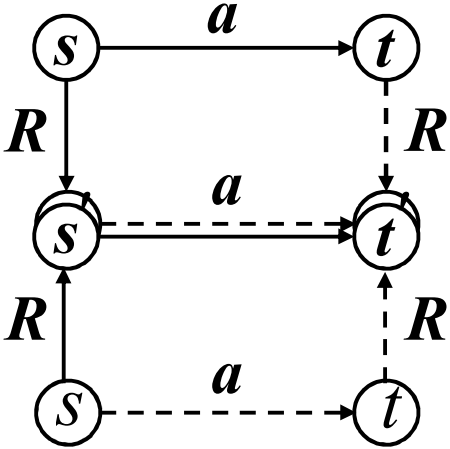
$$u \in S_{\varepsilon} \Leftrightarrow u = u' + \varepsilon, (\varepsilon = \Delta, \perp)$$

Леммы

$$uv \in S_{\Delta} \Leftrightarrow u \in S_{\Delta} \wedge v \in S_{\Delta}$$

$$uv \in S_{\perp} \Leftrightarrow u \in S_{\perp} \vee u \in S_{\Delta} \wedge v \in S_{\perp}$$

Если R симметрично, то из B2 следует B3



$$\frac{u \xrightarrow{a} u'}{uv \xrightarrow{a} u'v} \text{ (A1)}$$

$$(u + \Delta)v = uv + v \text{ (A2)}$$

$$(u + \perp)v = uv + \perp \text{ (A3)}$$

$$0u = 0 \text{ (A4)}$$

$$\text{B1. } (s, s') \in R \Rightarrow (s \in S_{\Delta} \Leftrightarrow s' \in S_{\Delta}, s \in S_{\perp} \Leftrightarrow s' \in S_{\perp})$$

$$\text{B2. } (s, s') \in R \wedge s \xrightarrow{a} t \Rightarrow \exists t' ((t, t') \in R \wedge s' \xrightarrow{a} t')$$

$$\text{B3. } (s, s') \in R \wedge s' \xrightarrow{a} t' \Rightarrow \exists t ((t, t') \in R \wedge s \xrightarrow{a} t)$$

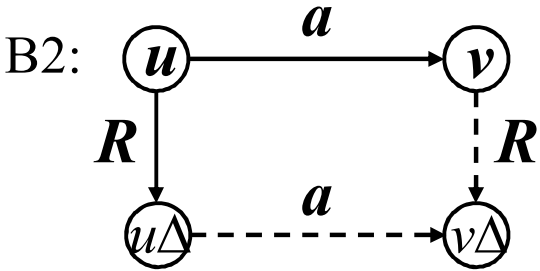
$$\Delta u = u \Delta = u$$

$$\text{A2, A4} \Rightarrow \Delta u = u$$

$$R = \bigcup_{u \in F(A)} \{u, u\Delta\}^2$$

$$\text{B1: } u \in S_{\Delta} \Rightarrow u\Delta = (u' + \Delta)\Delta = u'\Delta + \Delta \in S_{\Delta} \Rightarrow u\Delta \in S_{\Delta}$$

.....



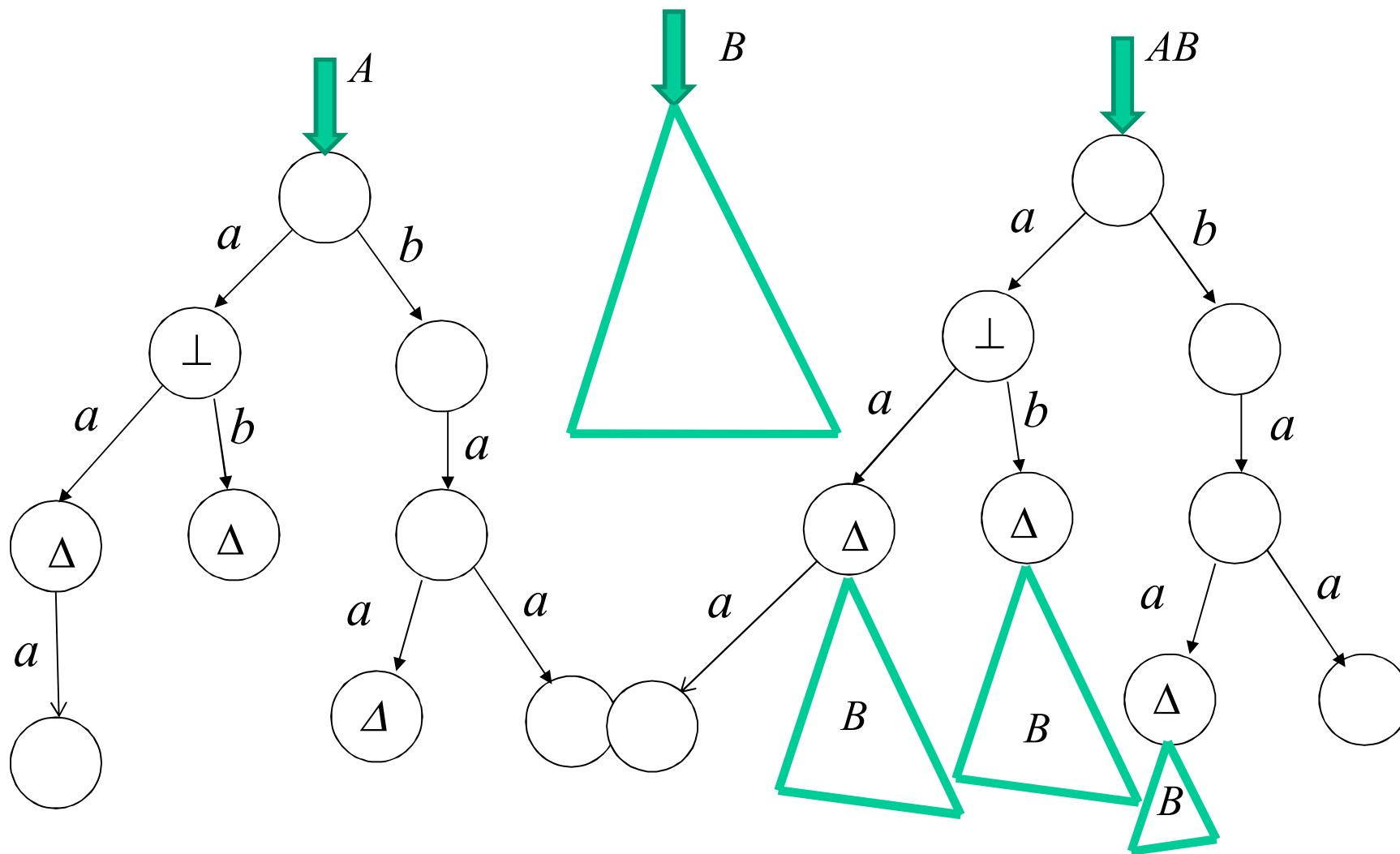
Явное определение последовательной КОМПОЗИЦИИ

$$uv = \sum_{u \xrightarrow{a} u'} a.(u'v) + \sum_{u=u+\varepsilon} \varepsilon v$$

$$0v = 0, \Delta v = v, \perp v = \perp$$

$$a = a.\Delta = (a; \Delta) = a\Delta$$

Геометрическое определение



Параллельная асинхронная композиция (интерливинг)

Правила интерливинга:

$$\frac{u \xrightarrow{a} u'}{u \parallel v \xrightarrow{a} u' \parallel v} \qquad \frac{v \xrightarrow{b} v'}{u \parallel v \xrightarrow{b} u \parallel v'}$$

$$\frac{u \xrightarrow{a} u'}{u \parallel (v + \Delta) \xrightarrow{a} u'} \qquad \frac{v \xrightarrow{b} v'}{(u + \Delta) \parallel v \xrightarrow{b} u \parallel v'}$$

Правила для терминальных констант:

$$(u + \Delta) \parallel (v + \Delta) = (u + \Delta) \parallel (v + \Delta) + \Delta$$

$$(u + \perp) \parallel v = (u + \perp) \parallel v + \perp$$

$$u \parallel (v + \perp) = u \parallel (v + \perp) + \perp$$

Синхронизация (комбинация) действий

Комбинация действий:

ассоциативная коммутативная операция $a \times b$ с аннулятором \emptyset
и соотношениями: $a \times \emptyset = \emptyset$, $\emptyset.u = 0$

Правило синхронизации:

$$\frac{u \xrightarrow{a} u', v \xrightarrow{b} v', a \times b \neq \emptyset}{u \parallel v \xrightarrow{a \times b} u' \parallel v'}$$

Правила для терминальных констант:

$$(u + \Delta) \parallel (v + \Delta) = u \parallel v + \Delta$$

$$(u + \perp) \parallel v = u \parallel (v + \perp) = u \parallel v + \perp$$

Общая параллельная композиция

$$\frac{u \xrightarrow{a} u', v \xrightarrow{b} v', a \times b \neq \emptyset}{u \parallel v \xrightarrow{a \times b} u' \parallel v'}$$

$$u \xrightarrow{a} u', v \xrightarrow{b} v'$$

$$\frac{}{u \parallel v \xrightarrow{a} u' \parallel v, u \parallel v \xrightarrow{b} u \parallel v', u \parallel (v + \Delta) \xrightarrow{a} u', (u + \Delta) \parallel v \xrightarrow{b} v'}$$

синхронизация

интерливинг

$$(u + \Delta) \parallel (v + \Delta) = (u + \Delta) \parallel (v + \Delta) + \Delta$$

$$(u + \perp) \parallel v = (u + \perp) \parallel v + \perp$$

$$u \parallel (v + \perp) = u \parallel (v + \perp) + \perp$$

Упражнение

Доказать ассоциативность и коммутативность параллельной композиции.

$$(u \parallel v) \parallel w = u \parallel (v \parallel w)$$

$$u \parallel v = v \parallel u$$

бисимуляция

Явное определение параллельной композиции (теорема о разложении)

$$u \parallel v = \sum_{\substack{u \xrightarrow{a} u' \\ v \xrightarrow{b} v'}} (a \times b).(u' \parallel v') + \sum_{u \xrightarrow{a} u'} a.(u' \parallel v) + \sum_{v \xrightarrow{b} v'} b.(u \parallel v') + (\varepsilon_u \parallel \varepsilon_v)$$

$$\varepsilon \parallel \varepsilon' = \varepsilon' \parallel \varepsilon$$

$$\varepsilon \parallel \Delta = \varepsilon$$

$$\varepsilon \parallel \perp = \perp$$

$$0 \parallel \Delta = 0 \parallel 0 = 0$$