13 Февраля 2012

Инсерционное моделирование 2

Лекция 2

CCS, π-исчисление и мобильные амбиенты

Инсерционное моделирование обобщает алгебры взаимодействующих процессов

Traditional algebras of communicating processes (CCS, CSP, ACP, π-calculus,...) can be obtained by selection of an environment and its insertion function.

Каждая из этих алгебр определяет
1. Синтаксис (множество выражений)
2. Семантику (отношение эквивалентности выражений)

Для того, что бы построить инсерционную модель, эквивалентную алгебре А, следует:

1. ***Сопоставить каждому выражению P этой алгебры транзиционную систему (агента) uP.***
2. ***Построить среду EA.***
3. ***Доказать теорему: P=F(mod A)<=>uP=uF(mod EA)***

Исчисление CCS (Р.Милнер)

Действия: $a, \bar{a}, \tau, \bar{\bar{a}} = a, \bar{\tau} = \tau, a \in A$

Процессы:

<process>::=Delta|<action>.<process>|<process>+<process>|
(<process> |<process>) | <process symbol> |
<process>[<action substitution>] |<process>\<action set>

Уравнения: $X_i = P_i(X), i = 1,2,\ldots$

Транзиционная система:

$$a.P \xrightarrow{a} P$$

$$\frac{P \xrightarrow{a} P'}{P + Q \xrightarrow{a} P'}$$

$$\frac{P \xrightarrow{a} P', Q \xrightarrow{\bar{a}} Q'}{P \mid Q \xrightarrow{\tau} P' \mid Q'}$$

$$\frac{P \xrightarrow{a} P'}{P \mid Q \xrightarrow{a} P' \mid Q}$$

$$\frac{P \xrightarrow{a} P'}{X \xrightarrow{a} P'}, X = P$$

Аксиомы

$$(P + Q) + R = P + (Q + R), P + Q = Q + P, P + P = P$$

$$(P \mid Q) \mid R = P \mid (Q \mid R), P \mid Q = Q \mid P$$

$$\frac{P \xrightarrow{a} P'}{P[f] \xrightarrow{f(a)} P'[f]}$$

$$\frac{P \xrightarrow{a} P'}{P \setminus L \xrightarrow{a} P' \setminus L}, a, \bar{a} \notin L$$

Бисимуляционная эквивалентность

Бесконечные суммы и параллельные композиции

$$\boxed{\sum_{i\in I} P_i, \quad \prod_{i\in I} P_i}$$

Коммутативность и ассоциативность

$$\boxed{I = I' \cup I'' \Rightarrow \sum_{i\in I} P_i = \sum_{i\in I'} P_i + \sum_{i\in I''} P_i}$$

Соотношения алгебры CCS (доказываются коиндукцией):

$$a.P \mid b.Q = a.(P \mid b.Q) + b.(a.P \mid Q), b \neq \overline{a}$$

$$a.P \mid \overline{a}.Q = a.(P \mid \overline{a}.Q) + \overline{a}.(a.P \mid Q) + \tau.(P \mid Q)$$

$$(E + F) \setminus L = (E \setminus L) + (F \setminus L)$$

$$(a.E) \setminus L = a.(E \setminus L), a, \overline{a} \notin L$$

$$(a.E) \setminus L = \Delta, a, \overline{a} \in L$$

$$(E + F)[f] = E[f] + F[f]$$

$$(a.E)[f] = f(a).E[f]$$

$$\boxed{\Delta \mid P = P, \Delta[f] = \Delta, \Delta \setminus L = \Delta}$$

?

Нормализация

$$P = \sum_{i=1}^{m} a_i.P_i + \varepsilon, \varepsilon = 0, \Delta$$

Состояния системы

$\boxed{\Delta, a.P, P+Q, P \mid Q, X, P[f], P \setminus L}$

$$X_i = P_i(X), i = 1,2,\ldots$$

$$X_i^{(0)} = X_i$$

$$X_i^{(n+1)} = P_i(X_i^{(n)})$$

Теорема

Если для любого i *существует* n *такое, что* $X_i^{(n)}$ *нормализуемо, то всякое выражение алгебры CCS нормализуемо*

Кофейный автомат

$$(A \mid B) \setminus \{x, y, p\}$$
$$A = p.\overline{x}.A + p.\overline{y}.A + \Delta$$
$$B = \overline{p}.x.B + \overline{p}.y.B + \Delta$$

$$(A \mid B) \setminus \{x, y, p\} \xrightarrow{\tau} (\overline{x}.A \mid x.B) \setminus \{x, y, p\} \xrightarrow{\tau} (A \mid B) \setminus \{x, y, p\} \xrightarrow{\tau} (\overline{x}.A \mid y.B) \setminus \{x, y, p\}$$

dead lock

$$(A \mid B) \setminus \{x, y, p\}$$
$$A = p.(\overline{x}.A + \overline{y}.A) + \Delta$$
$$B = \overline{p}.x.B + \overline{p}.y.B + \Delta$$

$$(A \mid B) \setminus \{x, y, p\} \xrightarrow{\tau} (\overline{x}.A + \overline{y}.A \mid x.B) \setminus \{x, y, p\} \xrightarrow{\tau} (A \mid B) \setminus \{x, y, p\}$$
$$(A \mid B) \setminus \{x, y, p\} \xrightarrow{\tau} (\overline{x}.A + \overline{y}.A \mid \overline{y}.B) \setminus \{x, y, p\} \xrightarrow{\tau} (A \mid B) \setminus \{x, y, p\}$$

1. Сопоставить каждому выражению P этой алгебры транзиционную систему (агента) u(P).
2. Построить среду E(A).
3. Доказать теорему: P=F(mod A)<=>u(P)=u(F(mod E(A)))

Среда для CCS

Строгое параллельное погружение:

$$E[P] = E \mid P, P \sim_B Q \Leftrightarrow \Delta[P] \sim_B \Delta[Q]$$

Слабая бисимуляция

$$\frac{P \xrightarrow{\tau} Q,\ Q \xrightarrow{a} R}{P \xrightarrow{a} R}$$

Ввести новые переходы, затем удалить переходы с τ.
Бисимуляция с точностью до пустых (неразмеченных) переходов.

π -исчисление

Развитие CCS для формализации мобильности (Милнер)

Имена каналов

Действия:

$x(y)$: принять y по x

$\overline{x}\,y$: передать y по x

Процессы:

$$\sum_{i \in I} \pi_i . P_i, \Delta = \sum_{i \in \varnothing} P_i$$

$$P \mid Q$$

$!P$ репликация

$(\nu x)P$ локализация

Свободные и связанные переменные

$\mathrm{fn}(P)$, $\mathrm{bn}(P)$

$$\mathbf{fn}(\overline{a}(x).P) = \{a, x\} \cup \mathbf{fn}(P), \quad \mathbf{bn}(\overline{a}(x).P) = \mathbf{bn}(P)$$

$$\mathbf{fn}(a(x).P) = \{a\} \cup \mathbf{fn}(P) \setminus \{x\}, \mathbf{bn}(a(x).P) = \{x\} \cup \mathbf{bn}(P)$$

$$\mathbf{fn}(P \mid Q) = \mathbf{fn}(P) \cup \mathbf{fn}(Q), \quad \mathbf{bn}(P \mid Q) = \mathbf{bn}(P) \cup \mathbf{bn}(Q)$$

$$\mathbf{fn}((\nu x).P) = \mathbf{fn}(P) \setminus \{x\}, \quad \mathbf{bn}((\nu x).P) = \{x\} \cup \mathbf{bn}(P)$$

$$\mathbf{fn}(!P) = \mathbf{fn}(P), \quad \mathbf{bn}(!P) = \mathbf{bn}(P)$$

Структурная конгруэнтность

$$< P / \equiv, +, \Delta >$$

$$< P / \equiv, |, \Delta >$$

коммут. моноид

$$!P \equiv P \mid !P$$

$$(\nu x)\Delta \equiv \Delta, (\nu x)(\nu y)P \equiv (\nu y)(\nu x)P$$

$$x \notin \mathbf{fn}(P) \Rightarrow (\nu x)(P \mid Q) \equiv P \mid (\nu x)Q$$

Правила вывода (переходы)

$$(\ldots + x(y).P) \mid (\ldots + \bar{x}z.Q) \to P[y := z] \mid Q$$

Правило рукопожатия (handshaking)

$$\frac{P \to P'}{P \mid Q \to P' \mid Q, (\nu x)P \to (\nu x)P'}$$

$$\frac{Q \equiv P, P \to P', P' \equiv Q'}{Q \to Q'}$$

Несколько видов эквивалентности

Пример

$$(\nu x)(\overline{x}(z).\Delta \mid x(y).\overline{y}(x).x(y).\Delta) \mid z(v).\overline{v}(v).\Delta \to$$

$$(\nu x)(\overline{z}(x).x(z).\Delta) \mid z(v).\overline{v}(v).\Delta =$$

$$(\nu x)(\overline{z}(x).x(z).\Delta \mid z(v).\overline{v}(v).\Delta) \to$$

$$(\nu x)(x(z).\Delta \mid \overline{x}(x).\Delta) \to \Delta$$

Для инсерционного моделирования пи-исчисления ординарную транзиционную систему следует превратить в размеченную. Для этого правило рукопожатия преобразуется в следующее правило:

$$\frac{P \xrightarrow{x(y)} P', Q \xrightarrow{\bar{x}(z)} Q'}{P \mid Q \xrightarrow{\bar{x}(z)} P' \mid Q'}$$

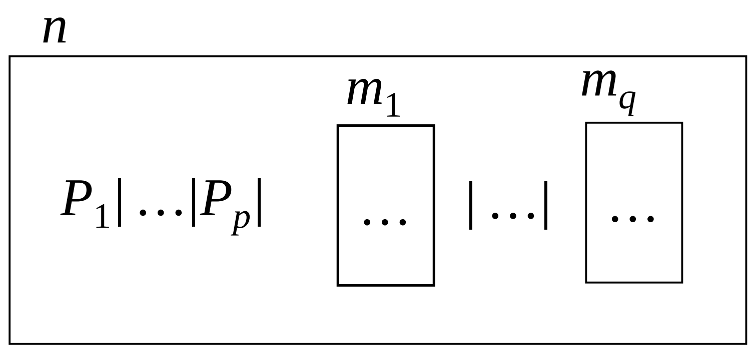
К этому следует добавить правило интерливинга и соотношения для недетерминированного выбора и параллельной композиции.

Мобильность амбиентов

(язык исчисления мобильных амбиентов Лука Карделли)

n::=	имена (амбиентов)	
P,Q::=	процессы	
	$(\nu n)P$	ограничение
	0	неактивность (Δ)
	$P\vert Q$	композиция (ac)
	$!P$	репликация ($=P\vert !P$)
	$n[P]$	амбиент
	$M.P$	действие
M::=	возможности	
	in n	может войти в n
	out n	может выйти из n
	open n	может открыть n
	другие действия	

$$n[P_1|\ldots|P_p|m_1[\ldots]|\ldots|m_q[\ldots]]$$



Дополнительные тождества

$$(\nu n)(\nu m)P = (\nu m)(\nu n)P$$

$$(\nu n)(P \mid Q) = P \mid (\nu n)Q, n \notin fn(P)$$

$$(\nu n)m[P] = m[(\nu n)P]$$

$$(\nu n)P = (\nu m)P\{m := n\}, m \notin fn(P)$$

$$P \mid 0 = P$$

$$(\nu n)0 = 0$$

$$!0 = 0$$

Правила переходов

$$P \to Q \Rightarrow (\nu n)P \to (\nu n)Q$$

$$P \to Q \Rightarrow P \mid R \to Q \mid R$$

$$P \to Q \Rightarrow n[P] \to n[Q]$$

Правила переходов для перемещений

Для инсерционного моделирования переходы размечаются

$$n[in\ m.P \mid Q] \mid m[R] \to m[n[P \mid Q] \mid R]$$

$$m[n[out\ m.P \mid Q] \mid R] \to n[P \mid Q] \mid m[R]$$

$$open\ n.P \mid n[Q] \to P \mid Q$$