

21 Февраля 2012

Инсерционное моделирование 2

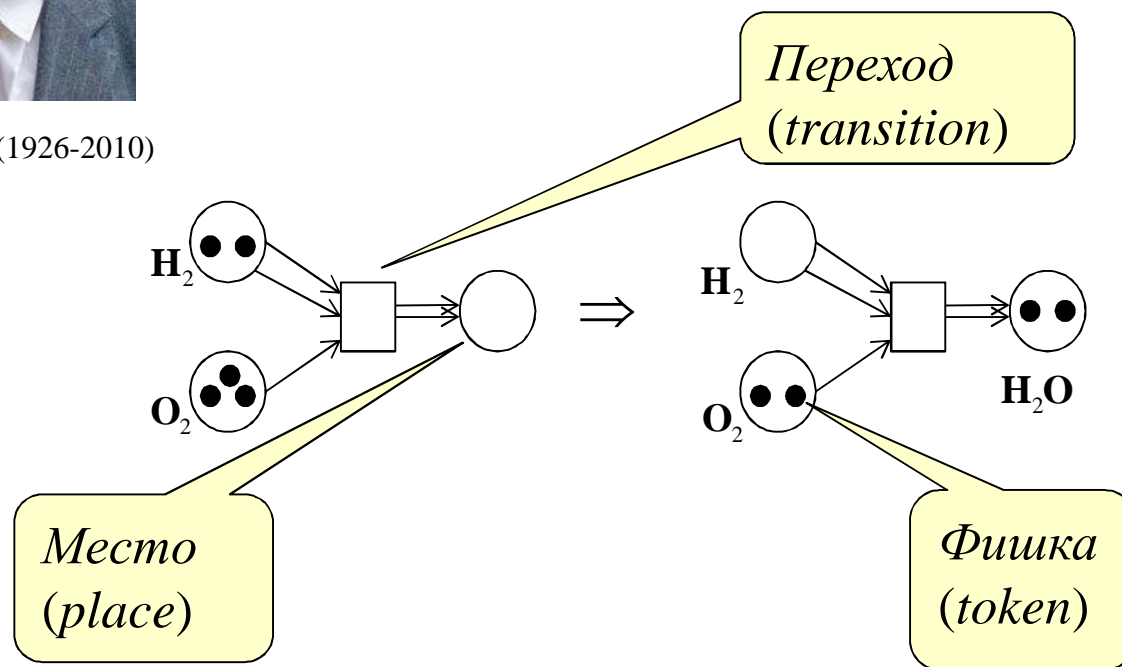
Лекция 3

Сети Петри

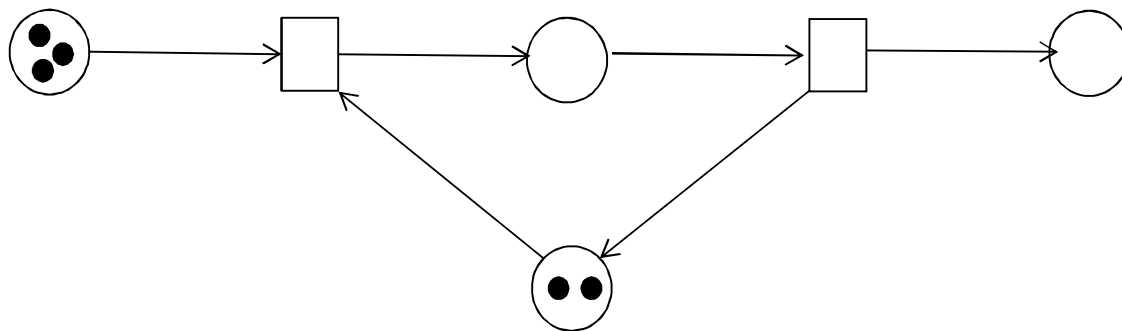


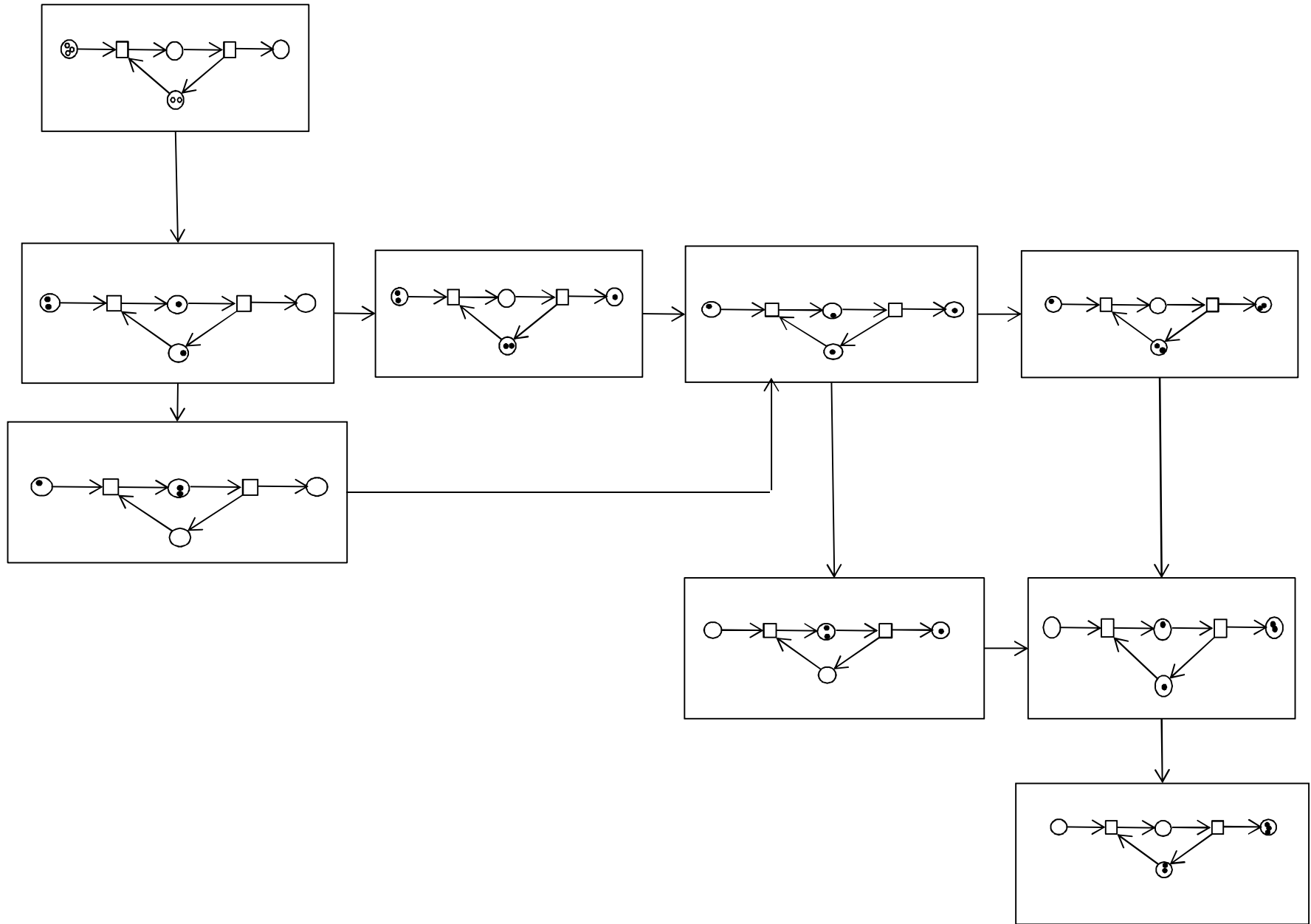
Karl Adam Petri (1926-2010)

Сети Петри

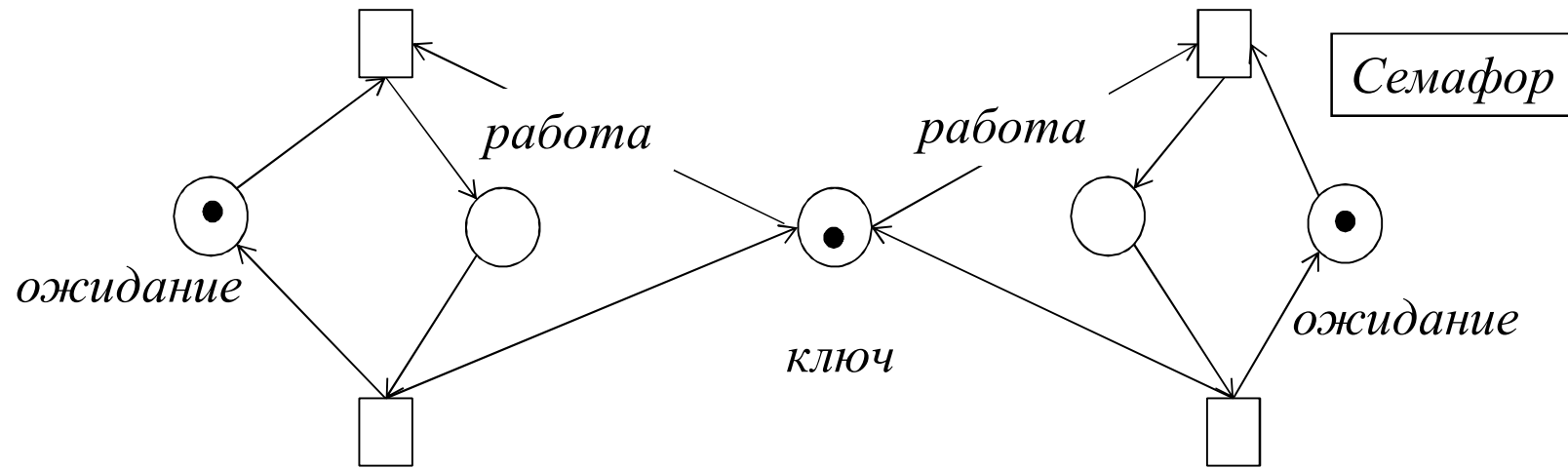


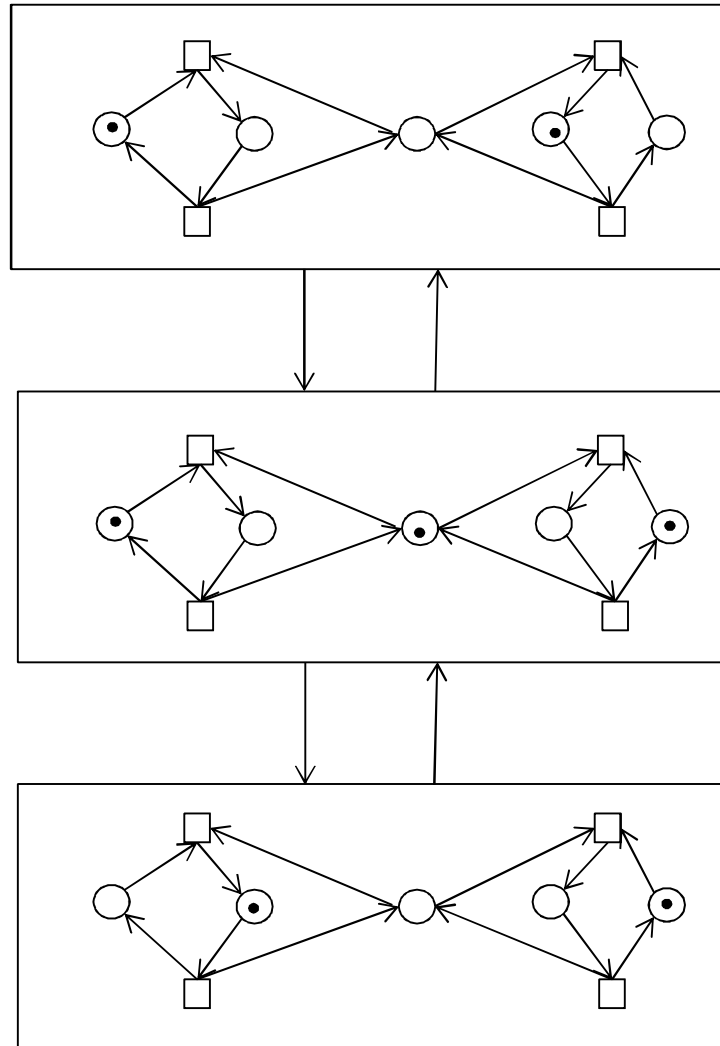
Буфер объема 2





Семафор





Формализм

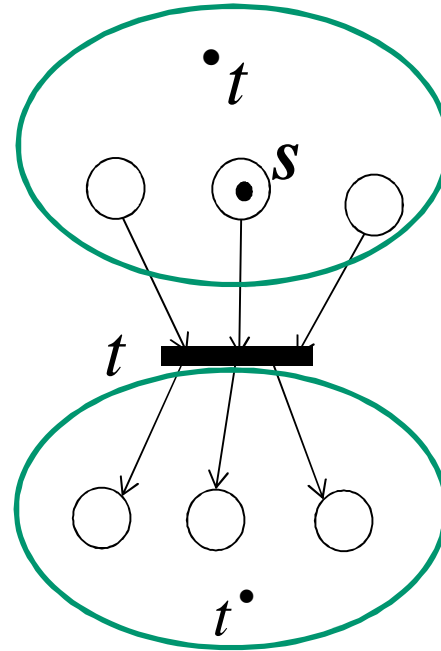
$$N = \langle S, T, W \rangle$$

S – места

T – переходы

$$W : (S \times T) \cup (T \times S) \rightarrow \text{Nat}$$

мультимножество дуг



$$\bullet t = \{s \in S \mid W(s, t) > 0\}$$

входы

$$t^\bullet = \{s \in S \mid W(t, s) > 0\}$$

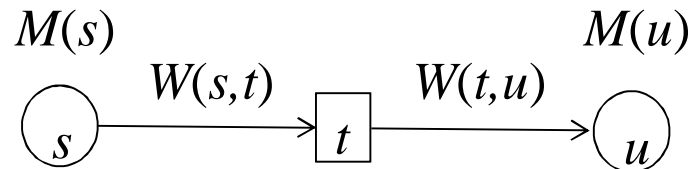
выходы

разметка (marking):

$$M : S \rightarrow \text{Nat}$$

Размеченная сеть:

$$\langle S, T, W, M_0 \rangle$$



Транзиционная система ассоциированная с сетью Петри (граф достижимости)

Состояния: разметки

Действия: переходы

$$N = \langle S, T, W \rangle$$

S – места

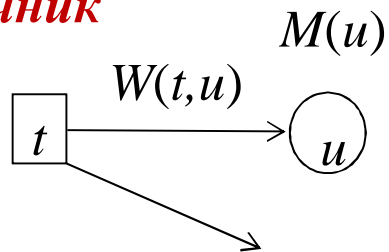
T – переходы

$$W : (S \times T) \cup (T \times S) \rightarrow \text{Nat}$$

мультимножество дуг

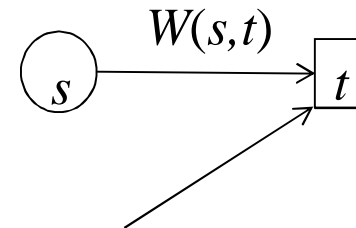
$$M \xrightarrow{t} M' \Leftrightarrow \forall (s \in \bullet t) (M(s) \geq W(s, t))$$
$$M'(s) = M(s) - W(s, t) + W(t, s)$$

источник

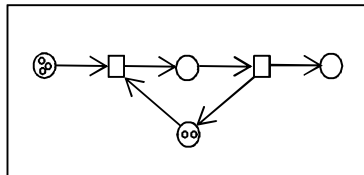
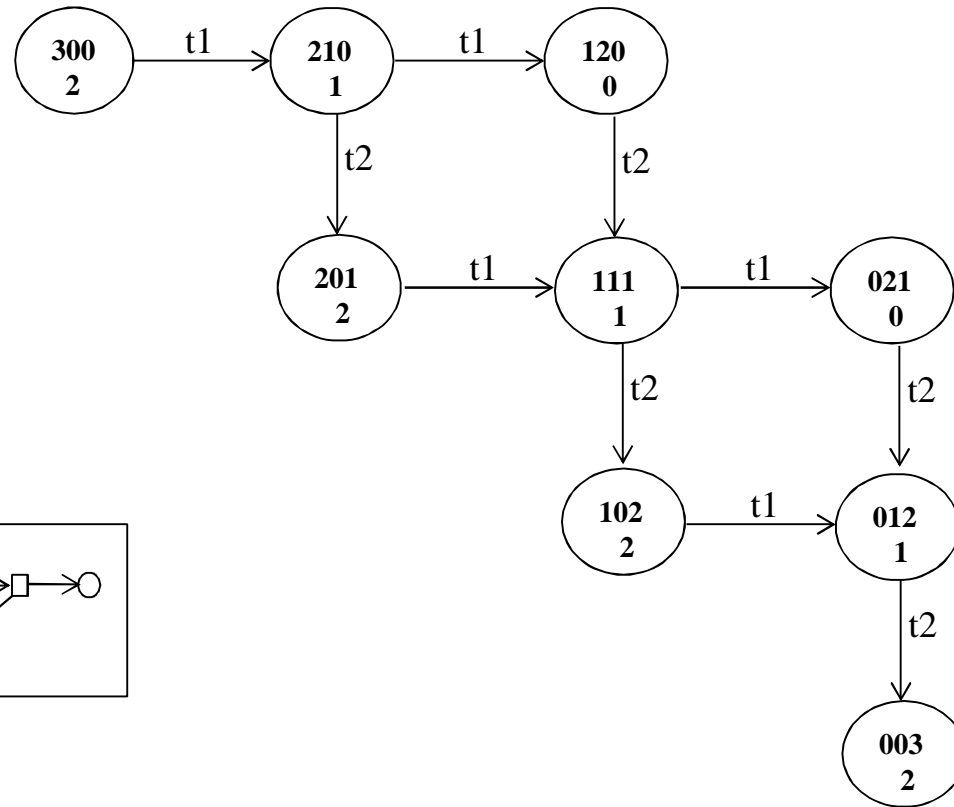


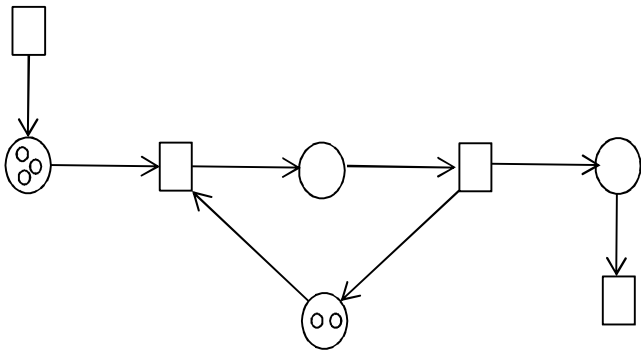
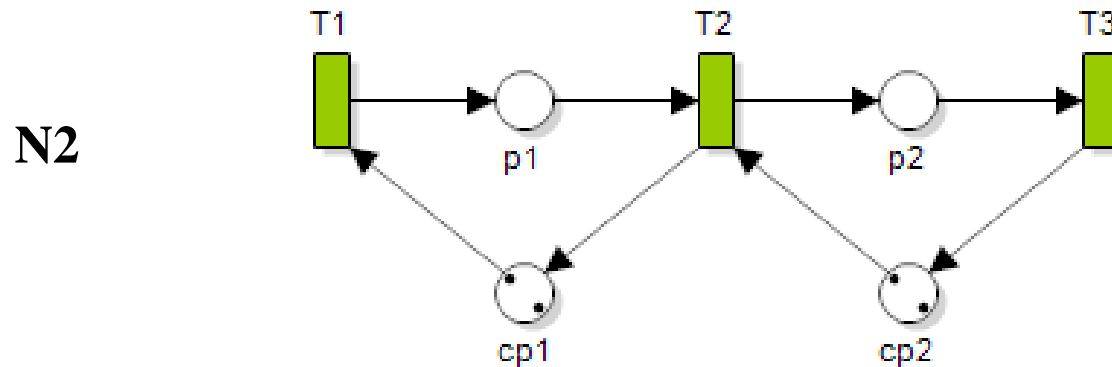
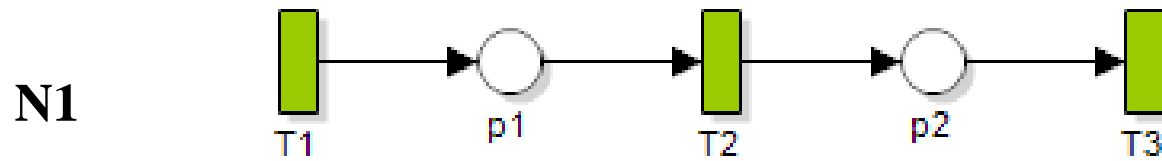
$M(s)$

сток



Граф достижимости буфера





Задачи:

1. Построить графы достижимости для всех 4-х примеров, добавив к буферу источник и сток
2. Построить буфер в CCS
3. Построить сеть Петри для кофе-машины

$N = \langle S, T, W \rangle$

S – места

T – переходы

$W : (S \times T) \cup (T \times S) \rightarrow Nat$

мультимножество дуг

Инсерционная модель сетей Петри

$M : S \rightarrow Nat$

$M \xrightarrow{t} M' \Leftrightarrow M'(s) = M(s) - W(s, t) + W(t, s)$

$\forall (s \in \bullet t) (M(s) \geq W(s, t))$

*Как декомпозировать Сеть Петри
в композицию среды и агентов?*

$$N = \langle S, T, W \rangle$$

S – места

T – переходы

$$W : (S \times T) \cup (T \times S) \rightarrow \text{Nat}$$

мультимножество дуг

Агенты в сетях Петри

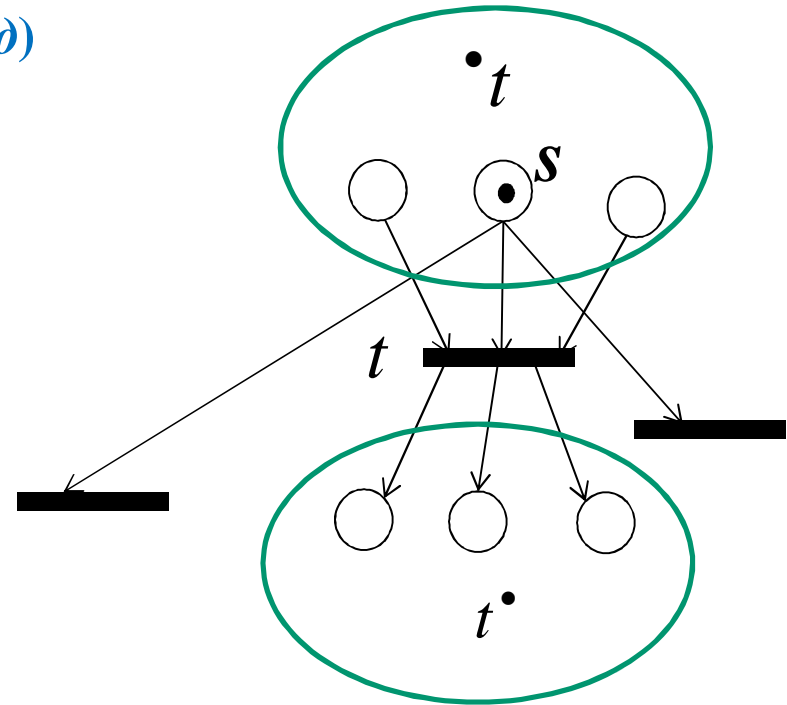
Действия – пары (место, переход)

*Агенты – фишки, состояния
соответствуют местам*

$$u(s) = s = \sum_{W(s,t) > 0} (s, t) \cdot \Delta$$

*Поведение фишки, которая
находится на рабочем месте s*

Среда – $N = \langle S, T, W \rangle$



Параллельная композиция агентов в сетях Петри

*ассоциативно-коммутативная
операция с нейтральным элементом Δ
и законом дистрибутивности*

$$(u + v) \parallel w = u \parallel w + v \parallel w$$

$$\parallel \{u_1, u_2, \dots\} = u_1 \parallel u_2 \parallel \dots$$

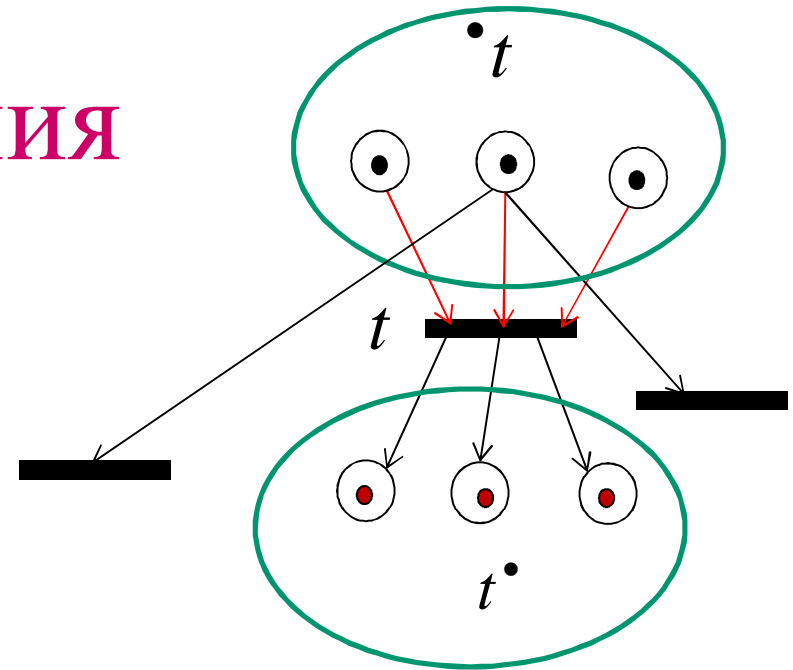
$$u \mid^{\wedge} 0 = \Delta$$

$$u \mid^{\wedge} (m + 1) = (u \mid^{\wedge} m) \parallel u$$

Функция погружения

$$N[u, v] = N[u \parallel v]$$

$$N[u + v] = N[u] + N[v]$$



$$N[\parallel \{(s, t).\Delta \mid \wedge W(s, t) \mid s \in \bullet t\}] \xrightarrow{t} N[\parallel \{s \mid \wedge W(t, s) \mid s \in t'\}]$$

$$\frac{u \xrightarrow{t} u'}{N[u \parallel v] \xrightarrow{t} N[u' \parallel v]}$$

Следствие

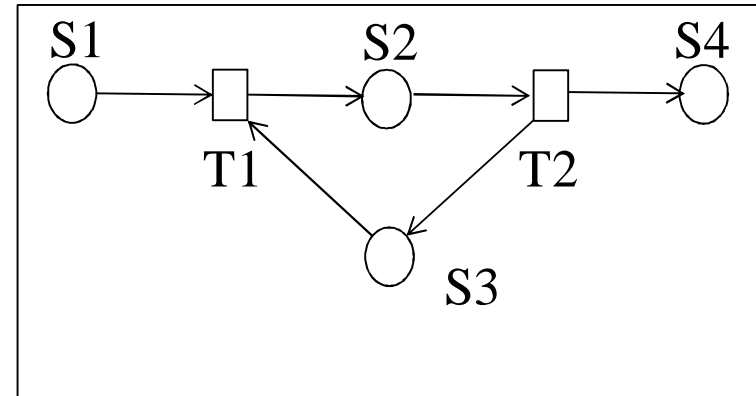
$$N[\|\{s \mid \wedge W(s, t) \mid s \in \bullet t\} \parallel w] \xrightarrow{t} N[\|\{s \mid \wedge W(t, s) \mid s \in t^\bullet\} \parallel w]$$

Пример

$$u \approx N[u]$$

$$S1 \parallel S3 \xrightarrow{T1} S2$$

$$S2 \xrightarrow{T2} S3 \parallel S4$$



$$S1 \wedge S3 \parallel S3 \wedge S2 =$$

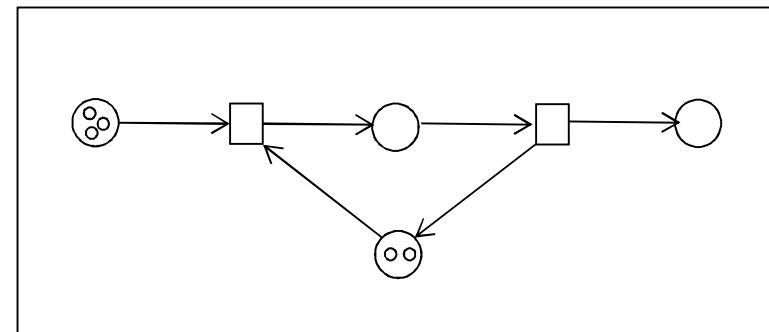
$$S1 \wedge S2 \parallel (S1 \parallel S3) \parallel S3 \wedge S2 \xrightarrow{T1} S1 \wedge S2 \parallel S2 \parallel S3$$

$$S1 \wedge S2 \parallel S2 \parallel S3 =$$

$$S1 \parallel S2 \parallel (S1 \parallel S3) \xrightarrow{T1} S1 \parallel S2 \wedge S2$$

$$S1 \wedge S2 \parallel S2 \parallel S3 \xrightarrow{T2} S1 \wedge S2 \parallel (S3 \parallel S4) \parallel S3 =$$

$$S1 \wedge S2 \parallel S3 \wedge S2 \parallel S4$$



$$S1 \wedge S2 \parallel S2 \parallel S3 = T1.(S1 \parallel S2 \wedge S2) + T2.(S1 \parallel S2 \wedge S2)$$

Ассоциативно-коммутативное переписывание

$$\| \{s \mid \wedge W(s, t) \mid s \in \bullet t\} \xrightarrow{t} \| \{s \mid \wedge W(t, s) \mid s \in t \bullet\}$$

*Применяем к текущему состоянию
среды с учетом коммутативности
и ассоциативности параллельной
композиции*

Задача 4*

**Построить инсерционную машину для
ассоциативно-коммутативного
переписывания**