11 Февраля 2013

Инсерционное моделирование 2

(система инсерционного моделирования и когнитивные архитектуры)

Лекция 1

Обзор и введение

Размеченные транзиционные системы

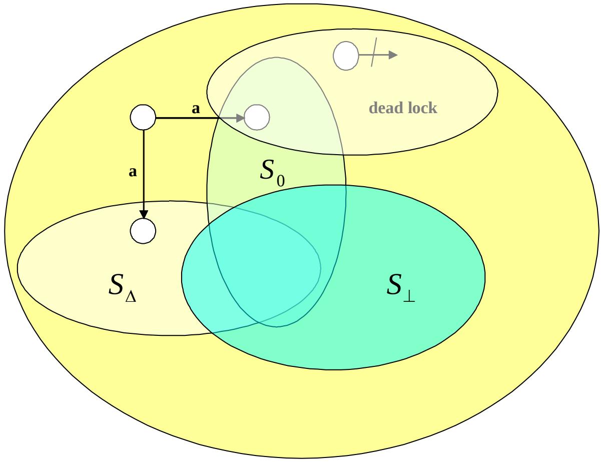
$$< S, A, T >, \quad T \subseteq S \times A \times S \qquad s \xrightarrow{a} s'$$

Состояния
Действия
Переходы

Настроенные системы $S_0, S_\Delta, S_\perp \subseteq S$

начальные состояния
заключительные состояния
неопределенные состояния (можно доопределять)

Недетерминизм



Трассовая эквивалентность

История: $s_1 \xrightarrow{a_1} s_2 \xrightarrow{a_2} \ldots \xrightarrow{a_n} \ldots$

Трасса: $a_1 a_2 \ldots a_n \ldots$

Трасса для атрибутной системы:

$$\varphi(s_1) \xrightarrow{a_1} \varphi(s_2) \xrightarrow{a_2} \ldots \xrightarrow{a_n} \ldots$$

$L^0_\Delta(S)$ **трассы из** S_0 **в** S_Δ

$$\boxed{S \sim_T S' \Leftrightarrow L(S^0_\Delta) = L((S')^0_\Delta)}$$

Лекция 2 Сети Петри

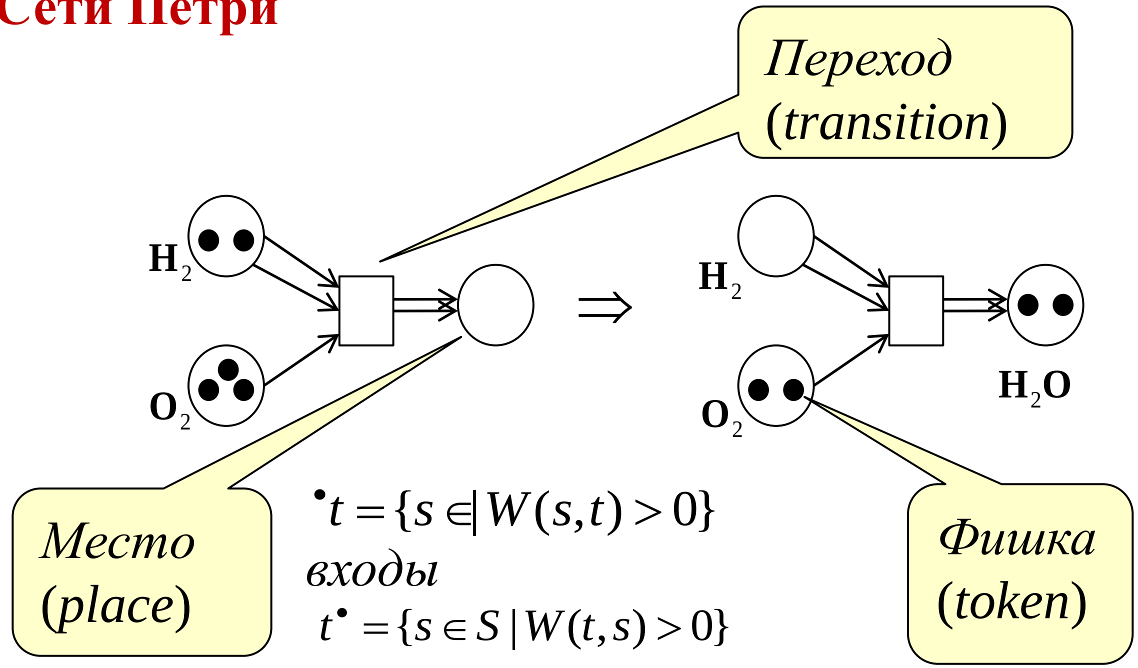
$N = \langle S,T,W \rangle$

S – *места*

T – *переходы*

$W : (S \times T) \cup (T \times F) \to Nat$

мультимножество дуг



разметка (*marking*):

$M : S \to Nat$

Размеченная сеть:

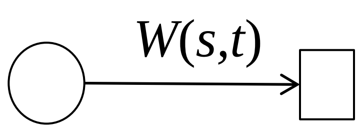
$< S,T,W,M_0 >$

$^{\bullet}t = \{s \in | W(s,t) > 0\}$

входы

$t^{\bullet} = \{s \in S \mid W(t,s) > 0\}$

выходы



Транзиционная система ассоциированная с сетью Петри
(граф достижимости)

$$M \xrightarrow{\ t\ } M' \Leftrightarrow M'(s) = M(s) - W(s,t) + W(t,s)$$

$$\forall (s \in {}^{\bullet}t)(M(s) \geq W(s,t))$$

Лекция 2 Бисимуляционная эквивалентность

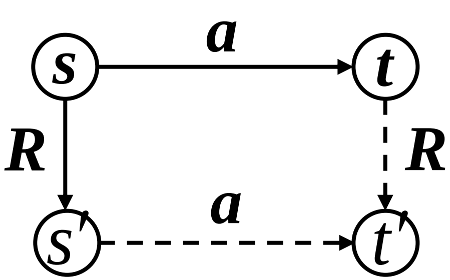
s и s' бисимуляционно эквивалентны

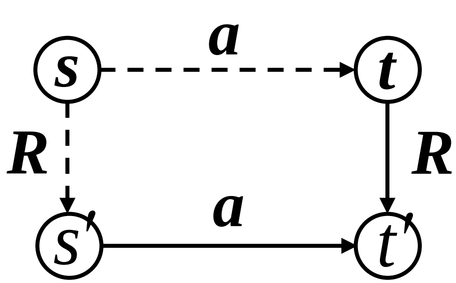
$s \sim_B s' \Leftrightarrow \exists(\text{бисимуляция } R)((s, s') \in R)$

Отношение бисимуляции (bisimulation): $R \subseteq S^2$

1. $(s, s') \in R \Rightarrow (s \in S_\Delta \Leftrightarrow s' \in S_\Delta, s \in S_\perp \Leftrightarrow s' \in S_\perp)$
2. $(s, s') \in R \wedge s \xrightarrow{a} t \Rightarrow \exists t'((t, t') \in R \wedge s' \xrightarrow{a} t')$
3. $(s, s') \in R \wedge s' \xrightarrow{a} t' \Rightarrow \exists t((t, t') \in R \wedge s \xrightarrow{a} t)$

Для детерминированных систем бисимуляционная эквивалентность состояний совпадает с трассовой.

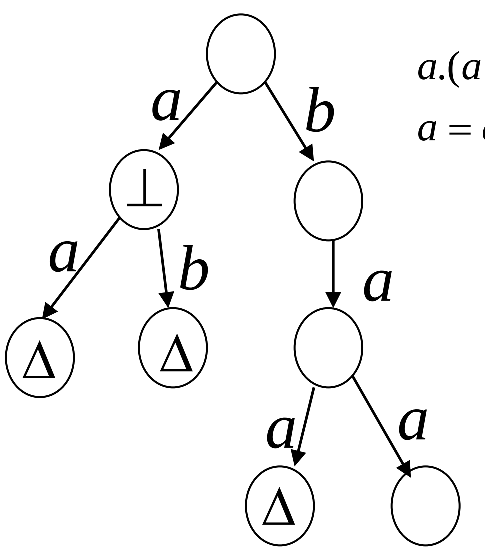




bisimulation => bisimilarity

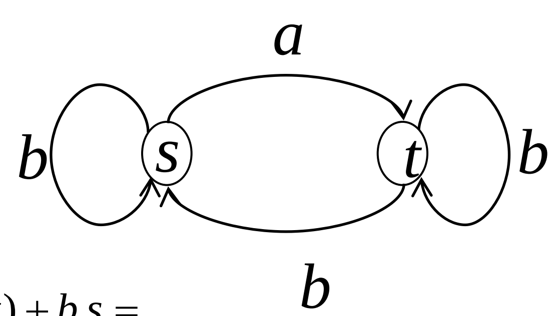
Лекция 3: Алгебра поведений (процессов)

- **Два сорта: <*U*, *A*>**
  - ***U*** **– поведения**
  - ***A*** **– действия**
- **Сигнатура:**
  - **префиксинг** ***a.u*,** $a \in A, u \in U$
  - **недетерминированный выбор** ***u* + *v*,** $u, v \in U$
  - **константы** Δ, 0, $\perp$
  - **отношение аппроксимаци** $\sqsubseteq$
- **Аксиомы:**
  - **aci для недетерминированного выбора**
  - 0 **есть нейтральный элемент недетерминированного выбора**
  - $\sqsubseteq$ **есть отношение частичного порядка с наименьшим элементом** $\perp$
  - **Обе операции монотонны и непрерывны (сохраняют наименьшие верхние грани)**



$$a.(a + b + \perp) + b.a.(a + a.0),$$
$$a = a.\Delta$$

$$s = a.t + b.s$$
$$t = b.s + b.t$$

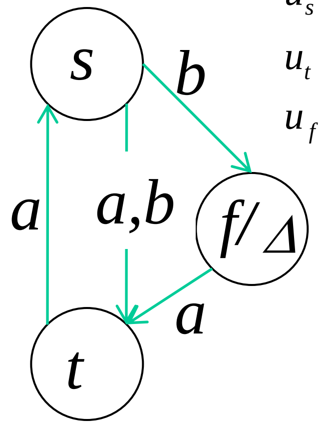


$$s = a.t + b.s = a.(b.s + b.t) + b.s =$$
$$a.(b.s + b.t) + b.(a.t + b.s) =$$
$$a.(b.(a.t + b.s) + b.t) + b.(a.t + b.s) = \ldots$$

Поведение транзиционной системы

$$\boxed{u_s = \sum_{s \xrightarrow{a} t} a.u_t + \varepsilon_s}$$

$$s \notin S_\Delta \cup S_\perp \Rightarrow \varepsilon_s = 0$$
$$s \in S_\Delta \setminus S_\perp \Rightarrow \varepsilon_s = \Delta$$
$$s \in S_\perp \setminus S_\Delta \Rightarrow \varepsilon_s = \perp$$
$$s \in S_\Delta \cap S_\perp \Rightarrow \varepsilon_s = \Delta + \perp$$



$$u_s = a.u_t + b.u_t + b.u_f$$
$$u_t = a_s$$
$$u_f = a.u_t + \Delta$$

$$u \sim_B v \Leftrightarrow u = v$$

$$s \sim_B s' \Leftrightarrow \mathrm{beh}(s) = \mathrm{beh}(s')$$

$$x_i = f_i(x_1, x_2, \ldots, x_m), i = 1,2,\ldots m$$

$$x_i = \bigsqcup_{n=0}^{\infty} x_i^{(n)}, \qquad (2)$$

$$x_i^{(0)} = \perp,$$

$$x_i^{(n+1)} = f_i(x_1^{(n)}, x_2^{(n)}, \ldots, x_m^{(n)})$$

Транзиционная система, определяемая поведением

Множество $U \subset F(A)$ **называется транзиционно замкнутым, если**

$$a.u + v \in U \Rightarrow u \in U$$

Множество U **есть транзиционная система:**

$$a.u + v \xrightarrow{a} u$$
$$U_\Delta = \{u \mid u = u + \Delta\}$$
$$U_\perp = \{u \mid u = u + \perp\}$$

Лекция 5 Обогащенная алгебра поведений

Последовательная композиция

$$uv = \sum_{u \xrightarrow{a} u'} a.(u'v) + \sum_{u=u+\varepsilon} \varepsilon v$$

$$0v = 0, \Delta v = v, \perp v = \perp$$

$$a \mapsto a.\Delta = (a;\Delta) = a\Delta$$

Параллельная асинхронная композиция (интерливинг)

$$\frac{u \xrightarrow{a} u'}{u \parallel v \xrightarrow{a} u' \parallel v} \qquad \frac{v \xrightarrow{b} v'}{u \parallel v \xrightarrow{b} u \parallel v'}$$

$$\frac{u \xrightarrow{a} u'}{u \parallel (v+\Delta) \xrightarrow{a} u'} \qquad \frac{v \xrightarrow{b} v'}{(u+\Delta) \parallel v \xrightarrow{b} u \parallel v'}$$

$$(u+\Delta) \parallel (v+\Delta) = (u+\Delta) \parallel (v+\Delta) + \Delta$$

$$(u+\perp) \parallel v = (u+\perp) \parallel v + \perp$$

$$u \parallel (v+\perp) = u \parallel (v+\perp) + \perp$$

Общая параллельная композиция

$$u \parallel v = \sum_{\substack{u \xrightarrow{a} u' \\ v \xrightarrow{b} v'}} (a \times b).(u' \parallel v') + \sum_{u \xrightarrow{a} u'} a.(u' \parallel v) + \sum_{v \xrightarrow{b} v'} b.(u \parallel v') + (\varepsilon_u \parallel \varepsilon_v)$$

$$\varepsilon \parallel \varepsilon' = \varepsilon' \parallel \varepsilon$$

$$\varepsilon \parallel \Delta = \varepsilon$$

$$\varepsilon \parallel \perp = \perp$$

$$0 \parallel \Delta = 0 \parallel 0 = 0$$

Среда

Агент E вместе с функцией погружения:

$$\boxed{< E, C, A, Ins >}$$

E – транзиционно замкнутое множество состояний среды
C – действия среды
A – действия агентов погружаемых в среду
Ins – непрерывная функция погружения

$$\mathrm{Ins}: E \times F(A) \to E \quad \mathrm{Ins}(e,u) = e[u] = e[u]_E$$

$$e[u,v] = (e[u])[v]$$

$$e[u_1, u_2, \ldots],$$

$$e'[e[u_1, u_2, \ldots]_E, \ldots]_{E'}$$

Все с точностью до бисимуляционной эквивалентности

Модель императивной программы

Императивная среда

$$s \xrightarrow{\alpha} s, \alpha(s) = 1$$

$$s \xrightarrow{y} y(s)$$

Отношение переходов

$$\frac{E \xrightarrow{a} E', u \xrightarrow{a} u'}{E[u] \xrightarrow{a} E'[u']}$$

$$E[u+v] = E[u] + E[v]$$

Недетерминированные программы

$$E[u,v] = E[u;v]$$

Последовательные программы

$$E[u,v] = E[u \parallel v]$$

Параллельные программы

Логика Хора-Флойда

$$\alpha \to [P]\beta$$

$$\alpha \to < P > \beta$$

$$\alpha \to < P > \beta \Leftrightarrow$$

$$\alpha \to < P > 1 \wedge$$

$$\alpha \to [P]\beta$$

$$\frac{\alpha \to [P]\gamma, \gamma \to [Q]\beta}{\alpha \to [PQ]\beta}$$

$$\frac{\alpha \wedge \gamma \to [P]\beta, \alpha \wedge \bar{\gamma} \to [Q]\beta}{\alpha \to [\mathbf{if}(\gamma, P, Q)]\beta}$$

$$\frac{\alpha \to \delta, \delta \wedge \gamma \to [P]\delta, \delta \wedge \bar{\gamma} \to \beta}{\alpha \to [\mathbf{while}(\gamma, P)]\beta}$$

$$\frac{\alpha \to \beta(t_1, t_2, \ldots)}{\alpha \to [(x_1 := t_1, x_2 := t_2, \ldots)]\beta(x_1, x_2, \ldots)}$$

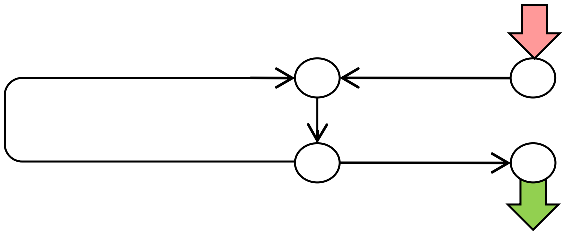
Частичная корректность программ

(если предусловие и программа останавливается, то постусловие)

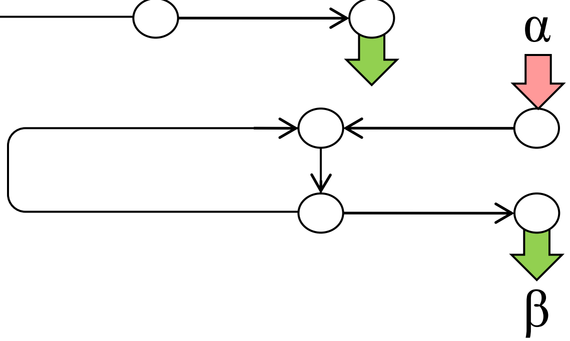
Полная корректность программ

(если предусловие, то программа останавливается и постусловие)

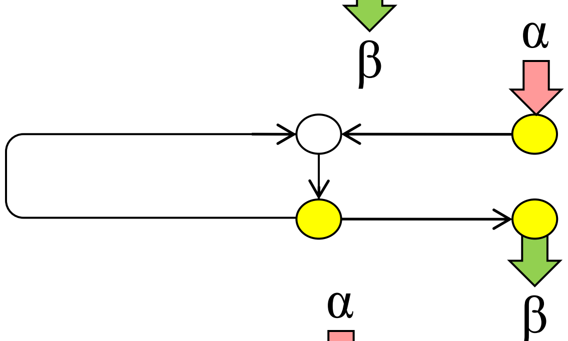
Основные этапы метода Флойда



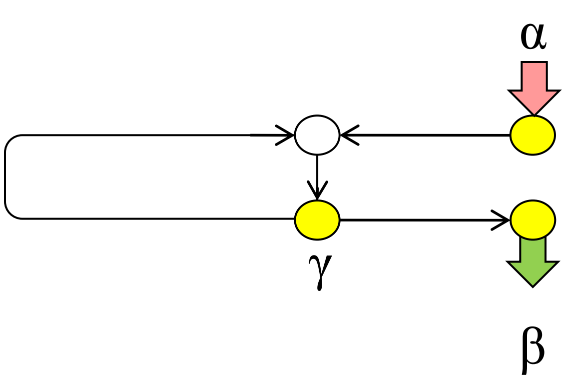
1. Представление программы в виде транзиционной системы



2. Спецификация программы (пред- и постусловия)



3. Выделение контрольных точек



4. Аннотирование программы (утверждения и предположения в контрольных точках)

$$\varphi[p] \xrightarrow{\text{ask}\,u} (\varphi \wedge [p]u)[p], \mathrm{Sat}(\varphi \wedge [p]u)$$

$$\varphi[p] \xrightarrow{x:=y} \varphi[p*(x:=y)]$$

$$\varphi[p] \xrightarrow{\text{goto L}} \varphi[p, \text{model.L}]$$

$$\varphi[p] \xrightarrow{\text{assumption}\,\psi} (\varphi \wedge [p]\psi)[p]$$

$$\varphi[p] \xrightarrow{\text{assertion}\,\psi} \psi[\text{empty}], \neg\mathrm{Sat}(\neg(\varphi \to [p]\psi)) \quad (\models \varphi \to [p]\psi)$$

$$\varphi[p] \xrightarrow{\text{assertion}\,\psi} 0, \mathrm{Sat}(\neg(\varphi \to [p]\psi))$$

$$\varphi[p] \xrightarrow{\text{ask}\, u} (\varphi \wedge [p]u)[p], \mathrm{Sat}(\varphi \wedge [p]u)$$

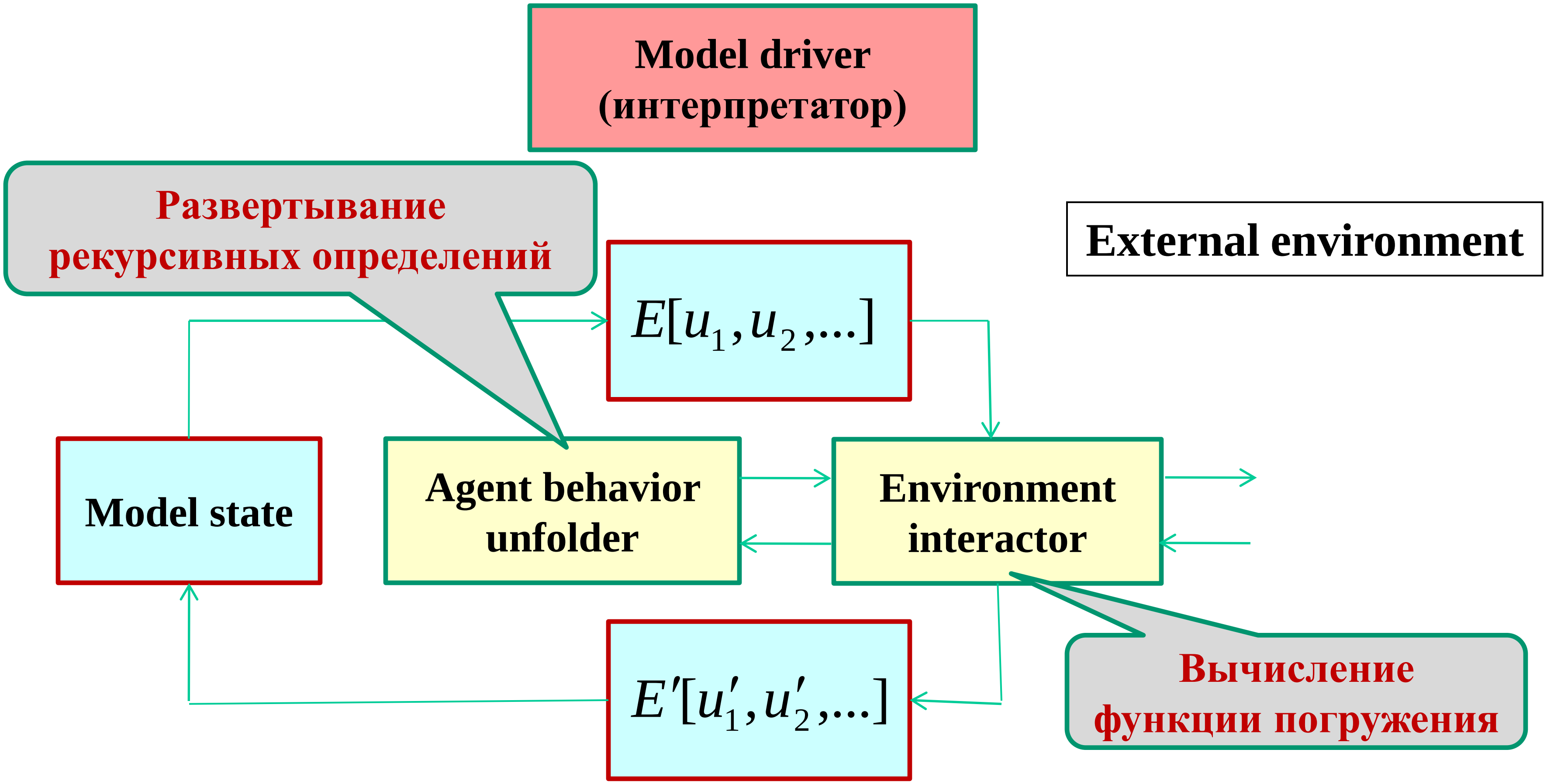
$$\varphi[p] \xrightarrow{x:=y} \varphi[p * (x := y)]$$

$$\varphi[p] \xrightarrow{\text{goto L}} \varphi[p, \mathrm{model.L}]$$

$$\varphi[p] \xrightarrow{\text{assumption}\, \psi} (\varphi \wedge [p]\psi)[p]$$

$$\varphi[p] \xrightarrow{\text{assertion}\, \psi} \psi[\mathrm{empty}], \neg\mathrm{Sat}(\neg(\varphi \to [p]\psi)) \quad (\models \varphi \to [p]\psi)$$

$$\varphi[p] \xrightarrow{\text{assertion}\, \psi} 0, \mathrm{Sat}(\neg(\varphi \to [p]\psi))$$


Model driver
(интерпретатор)
Развертывание
рекурсивных определений
External environment
$E[u_1, u_2, \ldots]$
Model state
Agent behavior
unfolder
Environment
interactor
$E'[u_1', u_2', \ldots]$
Вычисление
функции погружения

Лекция 11 Графические модели (SDL, MSC)

Лекция 12 Примеры инсерционных машин, фильм о Ляпунове

Лекция 13 Когнитивные архитектуры
Лекция 14 VRS
Лекция 15 BPSL
Лекция 16 Предикатный трансформер

Описание среды

Типы:

Типы данных:

простые: int, real, Bool, enumerated (имена, значения), symbolic (свободные термы), agent behaviors (уравнения в алгебре поведений)

списки: list (m) of τ (simple)

функциональные: $(\tau_1, \tau_2, \ldots) \to \tau$

массивы (рассматриваются как функциональные типы с ограничениями)

Типы агентов:

Определяется набором имен и типизированных атрибутов

Атрибуты среды и атрибуты агентов рассматриваются как неинтерпретированные функциональные символы.

Атрибутные выражения:

атрибуты среды (с параметрами) или выражения вида <тип агента> < имя>.<атрибут>[(<параметры>)]

Initial states: задаются формулами или конкретными значениями атрибутов, а также состояниями агентов, погруженных в среду.

Базовые протоколы

Алгебраическое представление:

$$\text{Forall } x(\alpha(x) \to < P(x) > \beta(x))$$

Предусловия:

Формула 1-го порядка с литералами:

Постусловия:

Формула 1-го порядка, как в предусловии

Присваивания x:=y, рассматриваемые как утверждения вида Next x=y

Операторы обновления списков add to.

Конкретные модели

Состояния – состояния памяти (все атрибуты имеют конкретные значения)
+ состояния агентов: $s[m_1 : u_1, m_2 : u_2, \ldots]$
Действия – базовые протоколы

$$B = \forall x(\alpha(r,x) \to \langle P(r,x) \rangle \beta(r,x))$$

$$s \xrightarrow{B} s' \Leftrightarrow \exists x(\alpha(s(r),x) \neq 0 \wedge s' = \beta(r,x)(s))$$

Символьные модели

Состояния – формулы, определяющие свойства среды и агентов
Действия – базовые протоколы

$$s \xrightarrow{B} s' \Leftrightarrow$$

$$\exists x(s \wedge \alpha(x) \neq 0),$$

$$s' = \exists x \ \mathrm{pt}(s \wedge \alpha(x), \beta(x))$$

Логические теории, используемые в VRS

Линейные неравенства для вещественных атрибутов
Линейные неравенства для целочисленных атрибутов
Теория свободных термов (символьные данные)
Перечислимые типы (в том числе Boolean)
Смешанная теория
int<real<symb
Bool, enum{a,b,…}<symb
Теория с функциональными атрибутами (неинтерпретированные функциональные символы)
Списки (очереди)
Алгебра поведений

Проблема выполнимости:
Применимость базового протокола;
Выполнимость нового состояния;
Условия целостности (невыполнимость отрицания);
Целевое условие (достижимость);

Теория линейных целочисленных неравенств разрешима:
Алгоритм Прессбургера
Теория нелинейных вещественных неравенств разрешима:
Алгоритм Тарского
Теория нелинейных целочисленных неравенств **неразрешима**:
Результат Матиасевича (10-я проблема Гильберта)
Теория свободных термов разрешима:
Алгоритм унификации (метод резолюций Робинсона)

Выполнимость пропозициональных функций

SAT проблема
DPLL: Davis-Putnam-Logemann-Loveland
алгоритм

$$f(x_1, x_2, \ldots) = x_1 \wedge f(1, x_2, \ldots) \vee \overline{x_1} \wedge f(0, x_2, \ldots)$$

Продолжение развертки – разложение Шеннона.
Стратегии выбора переменной
для разложения – современные алгоритмы решения
SAT проблемы

Model checking

BDD, темпоральная логика (LTL,...)

Модель определяется базовыми протоколами с булевскими атрибутами
Символьная модель: состояния системы – булевские формулы

SMT

Бескванторные формулы
Формулы с кванторами