1 Апреля

Инсерционное моделирование 2

(система инсерционного моделирования и когнитивные архитектуры)

Лекция 5

Абстракции

Абстракции в математике

Ершов и Тайцлин

Коммутативная полугруппа

Коммутативная группа

Линейное пространство

Ассоциативная алгебра

Алгебра матриц

Гомоморфизмы

Многоосновные алгебры

$$A \to B$$

$$B \models \varphi \Rightarrow A \models \varphi$$

Абстракции в программировании

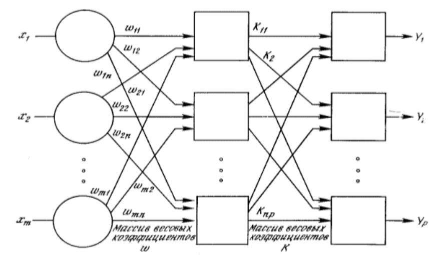
Многоосновные алгебры

Абстрактные типы данных

Объекты и классы, наследование

Абстракции в распознавании образов

Изображение →образ



Нейронная сеть: вход → выход

Нейрон Била Клинтона

текст → смысл

Синтаксис и семантика формальных языков, Кибернетика № 4, 1968

Абстракции в инсерционном моделировании

Состояния атрибутных сред

Состояние ядра конкретной среды это

интерпретации атрибутов (обобщенное состояние памяти)

Состояния символьных сред это

формулы первого порядка в базовом языке

Состояние $E[u_1, u_2, \ldots]$ отождествляется с формулой

$$E \wedge state(m_1) = u_1 \wedge state(m_2) = u_2 \wedge \ldots$$

$m_1, m_2, \ldots$ имена агентов

Состояние конкретной среды

$$s : A_E^{const} \to D$$

D может содержать неопределенный элемент

Константные атрибутные выражения и их значения
Распространяется на термы и формулы

$$s(f(t_1, t_2, \ldots)) = s(f(s(t_1), s(t_2), \ldots))$$

$$s(\exists x P(x)) = \bigvee_{x \in A_E^{const}} s(P(x))$$

Зависит только от интерпретированных функций и предикатов
Конструктивно, если, например, все функции почти всюду неопределены

Отношение абстракции на состояниях атрибутных сред

Системы с одной и той же сигнатурой

$$\mathbf{Abs} \subseteq S \times S'$$

$$(s, s') \in \mathbf{Abs} \Leftrightarrow \forall(\alpha \in \mathbf{BL})((s \models \alpha) \Rightarrow (s' \models \alpha))$$

$$s \lhd s'$$

(более абстрактное состояние)

Состояние символьной среды есть абстракция некоторого множества состояний конкретной среды

Теорема $s \lhd s' \Leftrightarrow s' \models s \Leftrightarrow s'(s) = 1$

s символьное, s' конкретное

$$s \models \alpha \Leftrightarrow \models s \to \alpha$$

$$s' \models \alpha \Leftrightarrow s'(\alpha) = 1$$

s **покрывает** s'

$$s'(s) = 1 \Rightarrow$$

$$s \models \alpha \Rightarrow \models s \to \alpha \Rightarrow$$

$$s'(s \to \alpha) = s'(s) \to s'(\alpha) = s'(\alpha) = 1 \Rightarrow s' \models \alpha$$

$$s \lhd s'$$

$$s \models s \Rightarrow s' \models s \Rightarrow s'(s) = 1$$

Отношение абстракции для систем

$$S \lhd S' : \ \exists \varphi \subseteq \mathbf{Abs}^{-1}$$ **конкретизация**

$$\begin{tikzcd}
s' \arrow[r, "a"] \arrow[d, "\varphi"'] & t' \arrow[d, dashed, "\varphi"] \\
s \arrow[r, dashed, "a"] & t
\end{tikzcd}$$

обратная

прямая

$$\begin{tikzcd}
s' \arrow[r, dashed, "a"] \arrow[d, "\varphi"'] & t' \arrow[d, dashed, "\varphi"] \\
s \arrow[r, "a"] & t
\end{tikzcd}$$

$$\forall (s \in S, s' \in S')((s', s) \in \varphi \wedge s' \xrightarrow{a} t' \Rightarrow \exists (t \in S)(s \xrightarrow{a} t \wedge (t', t) \in \varphi))$$

$$\forall (s \in S, s' \in S')((s', s) \in \varphi \wedge s' \rightarrow t' \Rightarrow \exists (t \in S)(s \rightarrow t \wedge (t', t) \in \varphi))$$

$$\forall (s \in S, s' \in S')(s \lhd s' \wedge s \xrightarrow{a} t \Rightarrow \exists (t' \in S)(s' \xrightarrow{a} t' \wedge t \lhd t'))$$

$$\forall (s \in S, s' \in S')(s \lhd s' \wedge s \rightarrow t \Rightarrow \exists (t' \in S)(s' \rightarrow t' \wedge t \lhd t'))$$

Достижимость условия

$$\begin{tikzcd} s' \arrow[r, "p"] \arrow[d, "\varphi"'] & t' \arrow[d, dashed, "\varphi"] \\ s \arrow[r, dashed, "p"] & t \end{tikzcd} \qquad \begin{tikzcd} s' \arrow[r, dashed, "p"] \arrow[d, "\varphi"'] & t' \arrow[d, dashed, "\varphi"] \\ s \arrow[r, "p"] & t \end{tikzcd}$$

Достижимо в прямой абстракции => достижимо в системе
Недостижимо в обратной абстракции => недостижимо в системе
Достижимость в обратной абстракции – **необходимое** условие достижимости в системе.
Достижимость в прямой абстракции – **достаточное** условие достижимости в системе.

Конкретные трассы

Переходы для конкретных состояний:

$$s \xrightarrow{B} s',$$
$$B = \forall x(\alpha \to < P > \beta)$$
$$s \models \alpha', s' \models \beta'$$

α' есть конкретизированное предусловие;
β' есть конкретизированное постусловие;
Только атрибуты, которые входят в постусловие могут изменить свое значение.
Конкретизация по x

Символьные трассы

$$s \xrightarrow{B} s',$$
$$B = \forall x(\alpha \to <P> \beta)$$
$$s \models \alpha', s' \models \beta'$$

Переходы для символьных состояний:

Обратная имплементация

$$s \xrightarrow{B} s',$$
$$B = \forall x(\alpha \to <P> \beta),$$
$$s \wedge \alpha \neq 0, s' \Leftrightarrow \exists x\, \mathrm{pt}(s \wedge \alpha, \beta)$$
$$s' = B(s)$$

Обратная абстракция

В процессе проверки выполнимости и применения предикатного трансформера, параметры рассматриваются как новые атрибуты.

Прямая имплементация

$$s \xrightarrow{B} s',$$
$$B = \forall x(\alpha \to <P> \beta),$$
$$s \to \alpha, s' \Leftrightarrow \exists x\, \mathrm{pt}(s \wedge \alpha, \beta)$$
$$s' = B(s)$$

Прямая абстракция