

22 Апрель 2010

Инсерционное моделирование 2

Лекция 8

Алгебраическое программирование

Синтаксис

 $T_{\Omega}(C, V)$ $rs(x_1, x_2, \dots)(s_1 = t_1, s_2 = t_2, \dots)$ $T_{\Omega}(C)$

Операционная семантика

 $t \rightarrow t' \quad t \leftrightarrow t'$ $t = G[x := s], s = s_i[x_1 := u_1, x_2 := u_2, \dots]$ $t \rightarrow G[x := t_i[x_1 := u_1, x_2 := u_2, \dots]]$ $1) t \xrightarrow{*} t'$ **Семантика переписывания** $2) t \xleftrightarrow{*} t'$ **Эквациональная семантика**

Пример

Операции \wedge , \vee , \sim , *atom*

Формулы представляются с использованием обычного

синтаксиса $(x \vee y)$, $(x \wedge y)$, $\neg(x)$, *atom(x)*,

(dis,x,y), *(conj,x,y)*, *(neg,x)*, *(atom,x)*

nnf = *rs(x, y)*(

nnf(x ∨ y) = *nnf(x) ∨ nnf(y)*,

nnf(x ∧ y) = *nnf(x) ∧ nnf(y)*,

nnf(¬(¬x)) = *nnf(x)*,

nnf(¬(x ∨ y)) = *nnf(¬(x) ∧ ¬(y))*,

nnf(¬(x ∧ y)) = *nnf(¬(x) ∨ ¬(y))*,

nnf(atom(x)) = *atom(x)*,

)

nnf = *rs(x, y)*(

$\neg(\neg x) = x$,

$\neg(x \vee y) = \neg(x) \wedge \neg(y)$,

$\neg(x \wedge y) = \neg(x) \vee \neg(y)$

)

Денотационная семантика

Нормализация

$$t \xrightarrow{*} t' \dashrightarrow$$

Факторизация

Эквивалентность на множестве термов

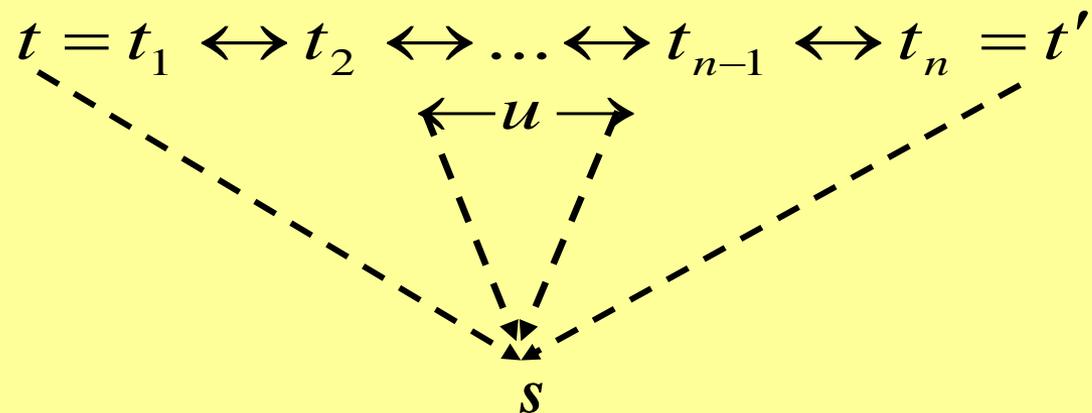
$$t \sim t'(R) \Leftrightarrow t \xleftrightarrow{*} t'$$

**Каноническая форма = единственность
нормализации**

Теорема Черча –Россера

Всякий терм имеет каноническую форму =>

$$t \overset{*}{\longleftrightarrow} t' \iff t \overset{*}{\longrightarrow} s \overset{*}{\longleftarrow} t'$$

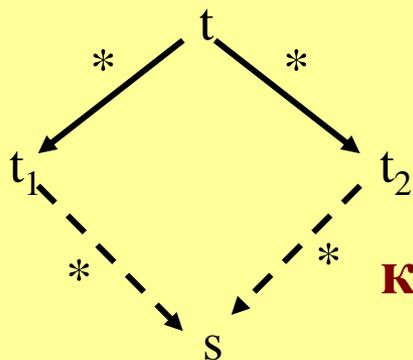


Свойства систем переписывания

Нетеровость

$$t \xrightarrow{*} t' \not\rightarrow$$

Нетеровость \Rightarrow н. ф. существует

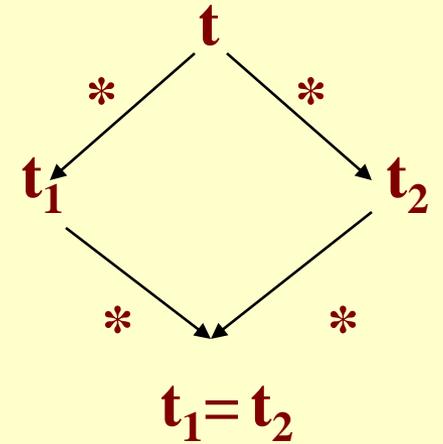


конфлюэнтность

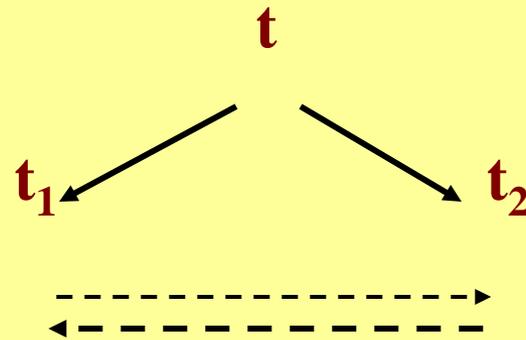
**Конфлюэнтность \Rightarrow
н.ф. существует \Rightarrow единственна**

Канонические системы

Каноничность \Leftrightarrow
Нетеровость + конфлюэнтность



Алгоритм Кнута-Бендикса



Мат. логика в
программировании,
М. 1991

Еще примеры

$$rs(x_1, x_2, \dots)($$

$$f_1(x_1, x_2, \dots) = E_1,$$

$$f_2(x_1, x_2, \dots) = E_2,$$

.....
);

$$rs(x, y, \dots)($$

$$.....$$

$$if(1, x, y) = x,$$

$$if(0, x, y) = y$$

$$);$$

$$n \Rightarrow s^n(0)$$

$$rs(x, y)($$

$$s(x) + y = s(x + y),$$

$$0 + x = x$$

$$);$$

$$s^n(0) + s^m(0) \xrightarrow{*} s^{n+m}(0)$$

$$rs(x, y, \dots)($$

$$\mu(y, f(y) = 0) = \nu(0),$$

$$\nu(x) = if(f(x) = 0, x, \nu(x + 1))$$

$$.....$$

$$);$$

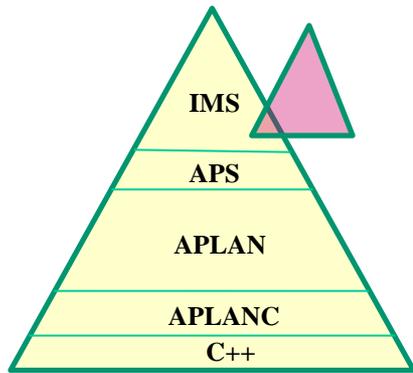
Задачи

1. Доказать $s^n(0) + s^m(0) \xrightarrow{*} s^{n+m}(0)$
2. Построить правила для умножения $*$ и доказать

$$s^n(0) * s^m(0) \xrightarrow{*} s^{n*m}(0)$$

Расширения

- **Условные правила**
 - $p(x,y,\dots) \rightarrow (t(x,y,\dots) = s(x,y,\dots))$
 - **Сопоставление** $u = t(x,y,\dots), x = a, y = b, \dots$
 - **Упрощение** $p(a,b,\dots) = 1, 0, \dots$
- **Несвободная алгебра** $T_{\Omega}(C)$
 - **Решение уравнений** $u = t(x,y,\dots), x = a, y = b, \dots$
- **Упрощения после переписывания**
- **Ассоциативно коммутативное переписывание**
- **Типы (ML)**



Презентация APS

IMS for students/1-IMS demo/2-algebraic programming/1-Initial
run_aps
>1;