

*22 Апреля 2010*

# **Инсерционное моделирование 2**

## **Лекция 8**

### **Алгебраическое программирование**

# Синтаксис

 $T_{\Omega}(C, V)$  $rs(x_1, x_2, \dots)(s_1 = t_1, s_2 = t_2, \dots)$  $T_{\Omega}(C)$ 

# Операционная семантика

 $t \rightarrow t' \quad t \leftrightarrow t'$  $t = G[x := s], s = s_i[x_1 := u_1, x_2 := u_2, \dots]$  $t \rightarrow G[x := t_i[x_1 := u_1, x_2 := u_2, \dots]]$ 

1)  $t \xrightarrow{*} t'$  Семантика переписывания

2)  $t \xleftrightarrow{*} t'$  Эквациональная семантика

# Пример

Операции  $\wedge$ ,  $\vee$ ,  $\sim$ , *atom*

Формулы представляются с использованием обычного

синтаксиса  $(x \vee y)$ ,  $(x \wedge y)$ ,  $\neg(x)$ , *atom(x)*,

*(dis,x,y)*, *(conj,x,y)*, *(neg,x)*, *(atom,x)*

*nnf* = *rs(x, y)*(

*nnf(x ∨ y)* = *nnf(x) ∨ nnf(y)*,

*nnf(x ∧ y)* = *nnf(x) ∧ nnf(y)*,

*nnf(¬(¬x))* = *nnf(x)*,

*nnf(¬(x ∨ y))* = *nnf(¬(x) ∧ ¬(y))*,

*nnf(¬(x ∧ y))* = *nnf(¬(x) ∨ ¬(y))*,

*nnf(atom(x))* = *atom(x)*,

)

*nnf* = *rs(x, y)*(

$\neg(\neg x) = x$ ,

$\neg(x \vee y) = \neg(x) \wedge \neg(y)$ ,

$\neg(x \wedge y) = \neg(x) \vee \neg(y)$

)

# Денотационная семантика

## Нормализация

$$t \xrightarrow{*} t' \dashrightarrow$$

## Факторизация

Эквивалентность на множестве термов

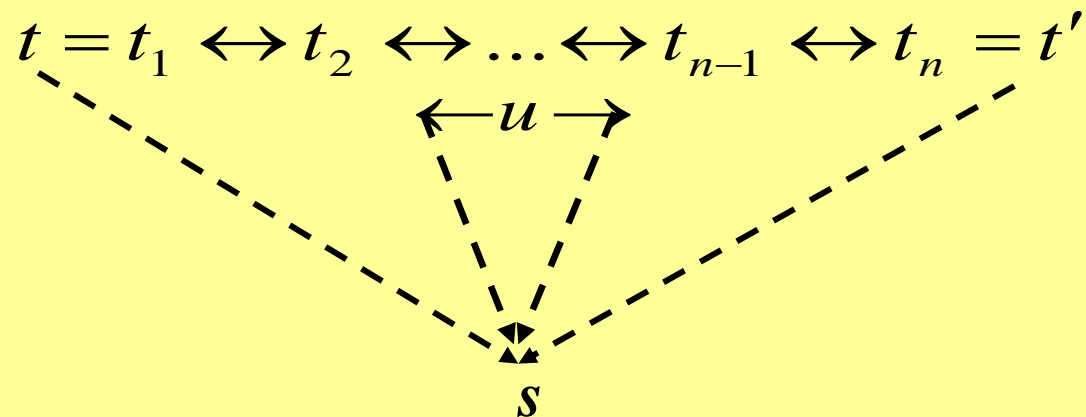
$$t \sim t'(R) \Leftrightarrow t \xleftrightarrow{*} t'$$

**Каноническая форма = единственность  
нормализации**

# Теорема Черча –Россера

Всякий терм имеет каноническую форму =>

$$t \overset{*}{\longleftrightarrow} t' \iff t \overset{*}{\longrightarrow} s \overset{*}{\longleftarrow} t'$$

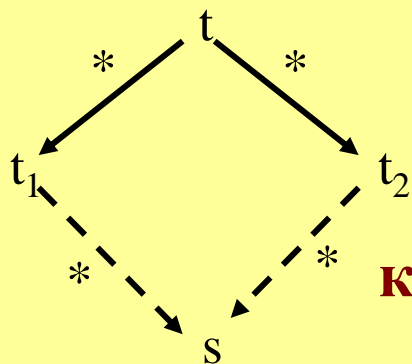


# Свойства систем переписывания

Нетеровость

$$t \xrightarrow{*} t' \not\rightarrow$$

Нетеровость  $\Rightarrow$  н. ф. существует

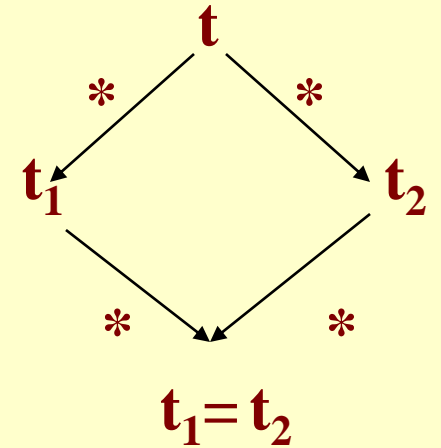


**конфлюэнтность**

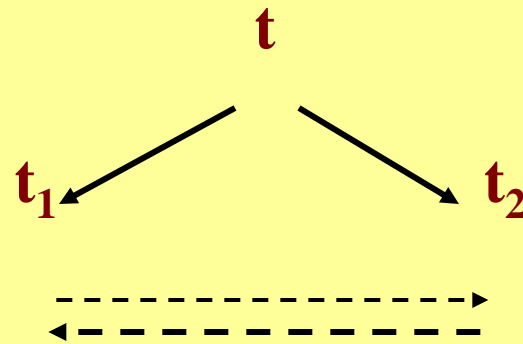
**Конфлюэнтность  $\Rightarrow$   
н.ф. существует  $\Rightarrow$  единственна**

# Канонические системы

Каноничность  $\Leftrightarrow$   
Нетеровость + конфлюэнтность



Алгоритм Кнута-Бендикса



Мат. логика в  
программировании,  
М. 1991

# Еще примеры

$$rs(x_1, x_2, \dots)($$

$$f_1(x_1, x_2, \dots) = E_1,$$

$$f_2(x_1, x_2, \dots) = E_2,$$

.....  
);

$$rs(x, y, \dots)($$

$$.....$$

$$if(1, x, y) = x,$$

$$if(0, x, y) = y$$

$$);$$

$$n \Rightarrow s^n(0)$$

$$rs(x, y)($$

$$s(x) + y = s(x + y),$$

$$0 + x = x$$

$$);$$

$$s^n(0) + s^m(0) \xrightarrow{*} s^{n+m}(0)$$

$$rs(x, y, \dots)($$

$$\mu(y, f(y) = 0) = \nu(0),$$

$$\nu(x) = if(f(x) = 0, x, \nu(x + 1))$$

$$.....$$

$$);$$



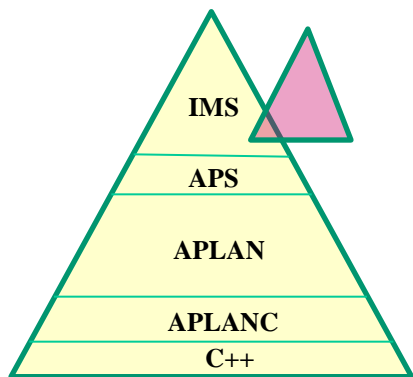
# Задачи

1. Доказать  $s^n(0) + s^m(0) \xrightarrow{*} s^{n+m}(0)$
2. Построить правила для умножения  $*$  и доказать

$$s^n(0) * s^m(0) \xrightarrow{*} s^{n*m}(0)$$

# Расширения

- **Условные правила**
  - $p(x,y,\dots) \rightarrow (t(x,y,\dots) = s(x,y,\dots))$
  - **Сопоставление**  $u = t(x,y,\dots), x = a, y = b, \dots$
  - **Упрощение**  $p(a,b,\dots) = 1, 0, \dots$
- **Несвободная алгебра**  $T_{\Omega}(C)$ 
  - **Решение уравнений**  $u = t(x,y,\dots), x = a, y = b, \dots$
- **Упрощения после переписывания**
- **Ассоциативно коммутативное переписывание**
- **Типы (ML)**



# Презентация APS

IMS for students/1-IMS demo/2-algebraic programming/1-Initial  
run\_aps  
>1; .....