19 Сентября 2013

Инсерционное моделирование (общая теория взаимодействия)

Лекция 3

Эквивалентность транзиционных систем

http://apsystem.org.ua

Погружение агента в среду изменяет поведение этой среды и порождает новую среду, готовую к погружению в нее новых агентов.

Что такое поведение среды?
Агента?

Агенты, имеющие одинаковое поведение эквивалентны.
Что такое эквивалентность агентов?

Смешанные транзиционные системы

$$< S, A, T >, T \subseteq S \times A \times S \cup S^2$$

$s \xrightarrow{a} s'$ **наблюдаемые переходы**

$s \rightarrow s'$ **скрытые переходы**

абстракция и конкретизация

Атрибутные транзиционные системы

$$< S, A, U, T, \varphi >, \varphi : S \to U$$

Автоматы Мура

Переходы размечены входными сигналами, состояния размечены выходными сигналами

$$U = D^R$$

атрибуты

Программы над памятью

$$U = (D_\xi^{R_\xi})_{\xi \in \Xi}$$

Типизированная память

$$U = \{0,1\}^R$$

(Переходы не размечены)

Системы Крипке (модальная логика)

$$U = L(R)$$

Символьные модели

Множество логических формул над R

Настроенные системы

$$S_0, S_\Delta, S_\perp \subseteq S$$

S_0 **начальные состояния**
S_Δ **заключительные состояния (успешное завершение)**
$S_\perp$ **неопределенные состояния (можно доопределять)**

Трассовая эквивалентность

История: $s_1 \xrightarrow{a_1} s_2 \xrightarrow{a_2} \ldots \xrightarrow{a_n} \ldots$

Трасса: $a_1 a_2 \ldots a_n \ldots$

Трасса для атрибутной системы:

$$\varphi(s_1) \xrightarrow{a_1} \varphi(s_2) \xrightarrow{a_2} \ldots \xrightarrow{a_n} \ldots$$

$L_\Delta^0(S)$ **трассы из** S_0 **в** S_Δ

$$\boxed{S \sim_T S' \Leftrightarrow L(S_\Delta^0) = L((S')_\Delta^0)}$$

Трассовая эквивалентность ненастроенных систем

$L(s)$ **трассы из** s **Эквивалентность состояний:**

$$\boxed{s \sim_T t \Leftrightarrow L(s) = L(t)}$$

Эквивалентность систем:

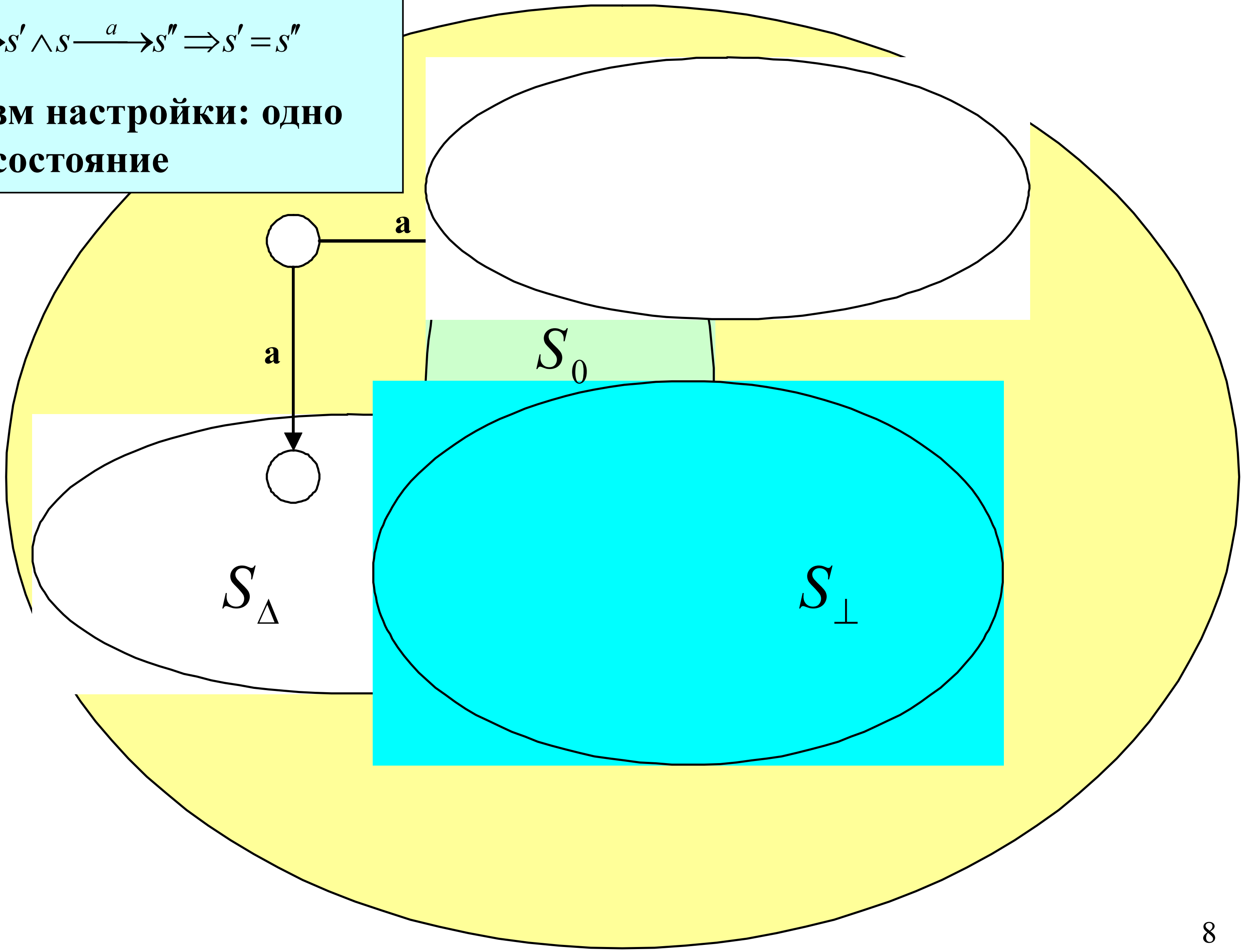
$$\boxed{\begin{array}{l} \forall (s \in S) \exists (s' \in S')(s \sim_T s') \\ \forall (s' \in S') \exists (s \in S)(s \sim_T s') \end{array}}$$

Недетерминизм

Система детерминирована (по переходам):

$$s \xrightarrow{a} s' \wedge s \xrightarrow{a} s'' \Rightarrow s' = s''$$

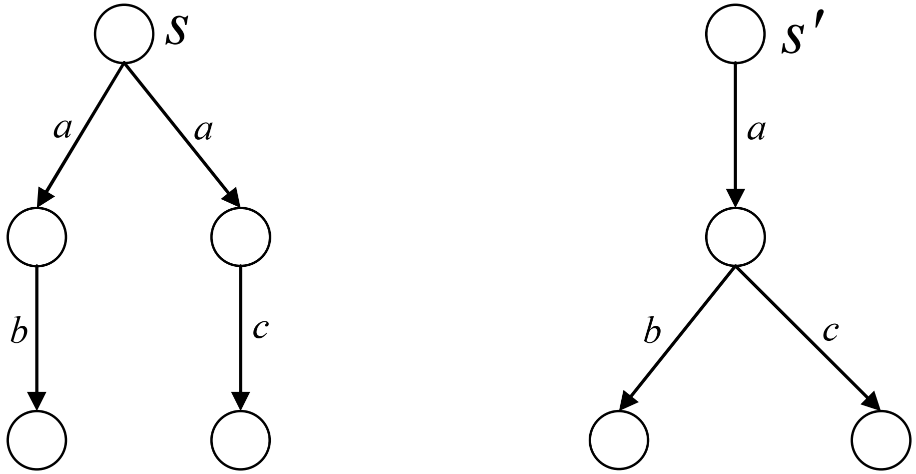
Детерминизм настройки: одно начальное состояние



Поведение транзиционной системы:
множество последовательностей действий, которые она может совершить (?)

$$\boxed{s \sim_T t \Leftrightarrow L(s) = L(t)}$$

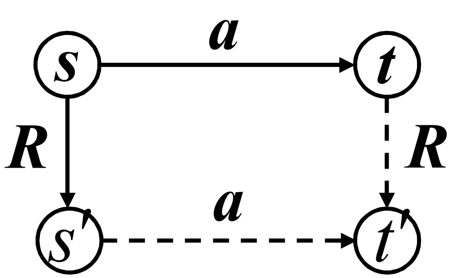
Трассовая эквивалентность слишком слаба:

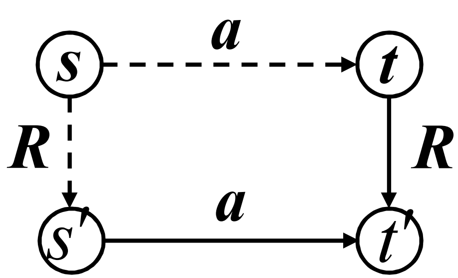


Бисимуляционная эквивалентность
bisimilarity (Milner 1980, D.Park 1981)

Отношение бисимуляции (bisimulation): $R \subseteq S^2$

1. $(s,s') \in R \Rightarrow (s \in S_\Delta \Leftrightarrow s' \in S'_\Delta, s \in S_\perp \Leftrightarrow s' \in S'_\perp)$
2. $(s,s') \in R \wedge s \xrightarrow{a} t \Rightarrow \exists t'((t,t') \in R \wedge s' \xrightarrow{a} t')$
3. $(s,s') \in R \wedge s' \xrightarrow{a} t' \Rightarrow \exists t((t,t') \in R \wedge s \xrightarrow{a} t)$





bisimulation => bisimilarity (бисимуляционная эквивалентность)

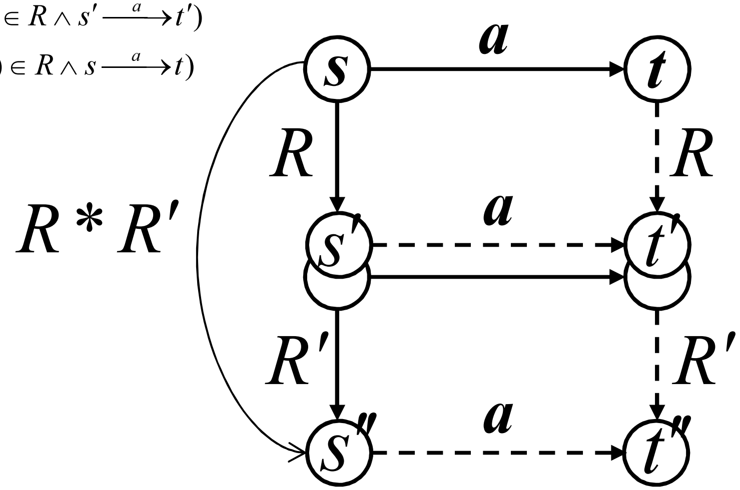
Бисимуляционная эквивалентность состояний

s и s' бисимуляционно эквивалентны

$$s \sim_B s' \Leftrightarrow \exists(\text{бисимуляция } R)((s,s') \in R)$$

Бисимуляционная эквивалентность есть эквивалентность

1. $(s,s') \in R \Rightarrow (s \in S_\Delta \Leftrightarrow s' \in S'_\Delta, s \in S_\perp \Leftrightarrow s' \in S'_\perp)$
2. $(s,s') \in R \wedge s \xrightarrow{a} t \Rightarrow \exists t'((t,t') \in R \wedge s' \xrightarrow{a} t')$
3. $(s,s') \in R \wedge s' \xrightarrow{a} t' \Rightarrow \exists t((t,t') \in R \wedge s \xrightarrow{a} t)$



Бисимуляционная эквивалентность состояний совпадает с максимальной бисимуляцией на S

(объединение бисимуляций есть бисимуляция).

Бисимуляционная эквивалентность систем

Отношение бисимуляции распространяется на состояния разных систем: $R \subseteq S \times S'$

1. $(s,s') \in R \Rightarrow (s \in S_\Delta \Leftrightarrow s' \in S'_\Delta, s \in S_\perp \Leftrightarrow s' \in S'_\perp)$
2. $(s,s') \in R \wedge s \xrightarrow{a} t \Rightarrow \exists t'((t,t') \in R \wedge s' \xrightarrow{a} t')$
3. $(s,s') \in R \wedge s' \xrightarrow{a} t' \Rightarrow \exists t((t,t') \in R \wedge s \xrightarrow{a} t)$

$$S \sim_B S' \Leftrightarrow$$

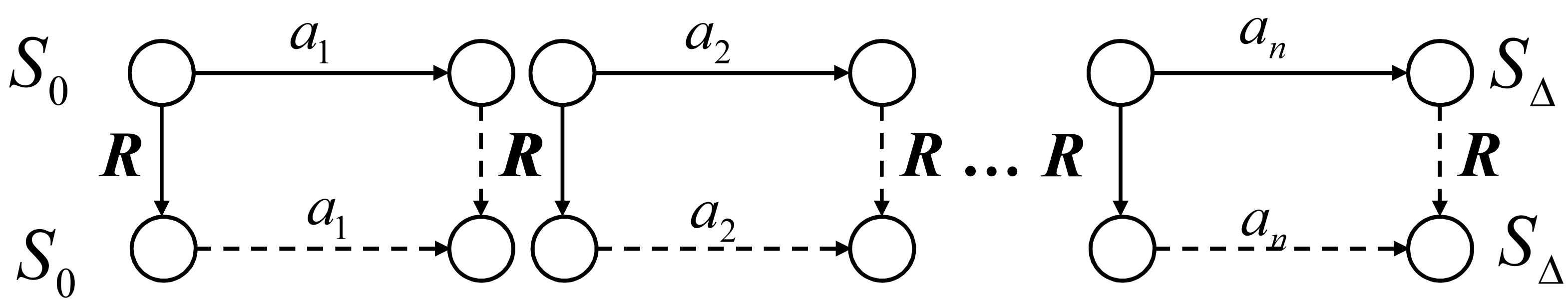
$$\forall(s \in S_0)\exists(s' \in S')(s \sim_B s') \wedge$$

$$\forall(s' \in S'_0)\exists(s \in S)(s' \sim_B s)$$

Для детерминированных систем бисимуляционная эквивалентность состояний совпадает с трассовой

$$s \sim_B s' \Rightarrow L_\Delta^0(s) = L_\Delta^0(s') \Leftrightarrow s \sim_T s'$$

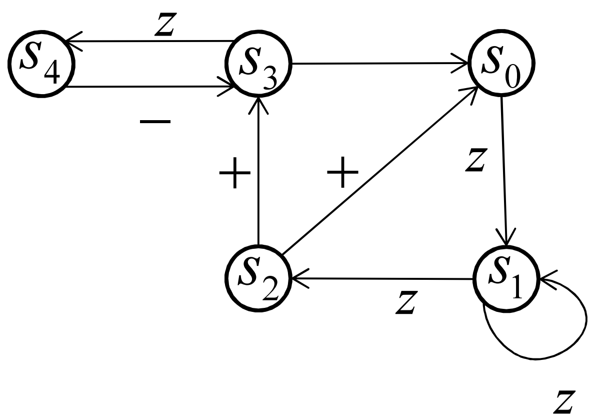
$$B \Rightarrow T$$



Доказать, что для детерминированных систем $T \Rightarrow B$

Обратное, вообще говоря, не верно

Пример: кофейный автомат



Атрибуты:

c: int – касса

d: int – количество порций

Действия:

z – бросить монету

\+ – получить кофе и сдачу

\- – получить отказ и монету

Состояния:

$$s_0 = (c = 0, d > 0)$$

$$s_1 = (0 < c < 150, d > 0)$$

$$s_2 = (150 \leq c, d > 0)$$

$$s_3 = (c = 0, d = 0)$$

$$s_4 = (c > 0, d = 0)$$

Конкретизация кофейного автомата

Действия:
$z(y)$ – бросить монету y:int
+ – получить кофе и сдачу
- – получить отказ и монету
Состояния: (c, d)

Атрибуты:
c: int – касса
d: int – количество порций

$$\forall(x, y : \text{int})((c = x < 150, d > 0) \rightarrow < z(y) > (c = x + y), d > 0)$$

$$\forall(x : \text{int})((c \geq 150, d = x > 0) \rightarrow < + > (c = 0, d < x)$$

$$(c > 0, d = 0) \rightarrow < - > (c = 0)$$

$$(c = 0, d = 0) \rightarrow < \tau > (d > 0)$$

Задачи

1. Построить диаграмму переходов конкретизированной системы при условии, что $y = 25, 50$

2. Написать правила переходов системы с явным изменением d, При условии, что $0 \leq d \leq 50$