3 Октября 2013

Инсерционное моделирование 1

Лекция 4

Поведение транзиционных систем

Алгебраическое определение поведения

S – транзиционная система, $s \in S$

$\mathbf{beh}(s) = u_s$ **определяется**, как наименьшее решение системы

$$\boxed{u_s = \sum_{s \xrightarrow{a} t} a.u_t + \varepsilon_s}$$

в алгебре $F(A)$

$$s \notin S_\Delta \cup S_\perp \Rightarrow \varepsilon_s = 0$$

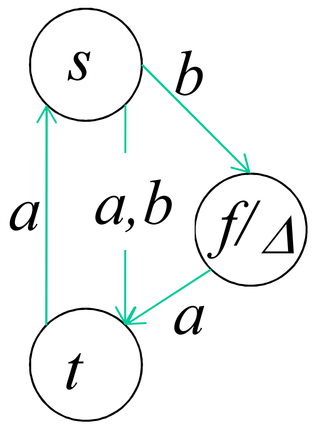
$$s \in S_\Delta \setminus S_\perp \Rightarrow \varepsilon_s = \Delta$$

$$s \in S_\perp \setminus S_\Delta \Rightarrow \varepsilon_s = \perp$$

$$s \in S_\Delta \cap S_\perp \Rightarrow \varepsilon_s = \Delta + \perp$$

$$\boxed{u_s = \sum_{s \xrightarrow{a} t} a.u_t + \varepsilon_s}$$

Пример



$$\boxed{\begin{aligned} u_s &= a.u_t + b.u_t + b.u_f \\ u_t &= a_s \\ u_f &= a.u_t + \Delta \end{aligned}}$$

Все состояния системы S попарно не эквивалентны

$$Act(s) = \{a, b\}$$

$$Act(t) = \{a\}, t \notin S_\Delta$$

$$Act(f) = \{a\}, f \in S_\Delta$$

Наименьшее решение системы уравнений

$$x_i = f_i(x_1, x_2, \ldots, x_m), i = 1,2,\ldots m \qquad (1)$$

f_i выражение алгебры поведений

$$x_i = \bigsqcup_{n=0}^{\infty} x_i^{(n)}, \qquad (2)$$

$$x_i^{(0)} = \perp,$$

$$x_i^{(n+1)} = f_i(x_1^{(n)}, x_2^{(n)}, \ldots, x_m^{(n)})$$

$$x_i^{(n)} \subset x_i^{(n+1)}$$

Теорема о неподвижной точке:
Соотношение (2) *определяет наименьшее решение системы* (1)

Основная теорема

$$s \sim_B s' \Leftrightarrow \mathrm{beh}(s) = \mathrm{beh}(s')$$

Транзиционная система, определяемая поведением

Множество $U \subset F(A)$ **называется транзиционно замкнутым, если**

$$a.u + v \in U \Rightarrow u \in U$$

Замкнутое множество U **есть транзиционная система:**

$$a.u + v \xrightarrow{a} u$$

$$U_\Delta = \{u \mid u = u + \Delta\}$$

$$U_\perp = \{u \mid u = u + \perp\}$$

Лемма 1

$$u \sim_B v \Leftrightarrow u = v$$

$u = v \Rightarrow u \sim_B v$ **Равенство есть отношение бисимуляции**

$u \sim_B v \Rightarrow u = v$

Доказательство использует представление поведения в виде предела его конечных аппроксимаций

$$\boxed{u_s = \sum_{s \xrightarrow{a} t} a.u_t + \varepsilon_s}$$

Лемма 2 $\quad u_s \sim_B s$

Отношение бисимуляции: $s \to u_s$
сохраняет множества $S_\Delta, S_\perp$

$$\begin{tikzcd}
s \arrow[r, "a"] \arrow[d] & t \arrow[d, dashed] \\
u_s \arrow[r, dashed, "a"] & u_t
\end{tikzcd}
\qquad\qquad
\begin{tikzcd}
s \arrow[r, dashed, "a"] \arrow[d] & t \arrow[d, dashed] \\
u_s \arrow[r, "a"] & u_t
\end{tikzcd}$$

Доказательство основной теоремы

$$s \sim_B s' \Leftrightarrow \text{beh}(s) = \text{beh}(s')$$

=>

$$beh(s) \sim_B s \sim_B s' \sim_B beh(s') \Rightarrow$$

Лемма 2

$$beh(s) \sim_B beh(s') \Rightarrow$$

Транзитивность

$$beh(s) = beh(s')$$

Лемма 1

<=

$$s \sim_B beh(s) = beh(s') \sim_B s' \Rightarrow$$

Лемма 2

$$s \sim_B s'$$

Транзитивность